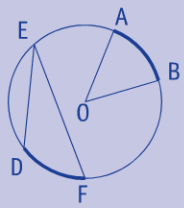
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 7.3 Angles au centre et angles inscrits

1) Reconnaissance des angles

Un angle au **centre** d'un cercle est un angle dont le **sommet** est le **centre** du cercle.

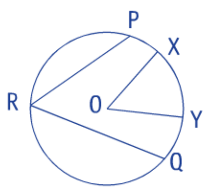
Un angle **inscrit** dans un cercle est un angle dont le **sommet** est un **point** du **cercle** et dont les **côtés** sont des **cordes** du cercle.



L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre interceptant l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

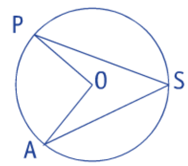
L'angle $\widehat{DEF}$ est un angle inscrit interceptant l'arc $\overset{\frown}{DF}$.

Pour chaque situation, nomme l'angle au centre (1) et l'angle inscrit (2) représentés en utilisant chaque fois trois lettres.



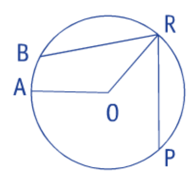
(1) $\widehat{XOY}$

(2) $\widehat{PRQ}$



(1) $\widehat{POA}$

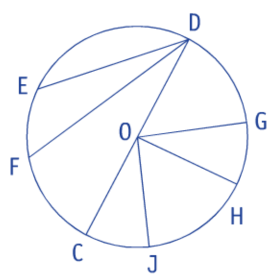
(2) $\widehat{PSA}$



(1) $\widehat{ROA}$

(2) $\widehat{PRB}$

Complète les phrases suivantes.



L'angle au centre $\widehat{GOH}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{GH}$.

L'angle au centre $\widehat{GOJ}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{GJ}$.

L'angle inscrit $\widehat{EDF}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{EF}$.

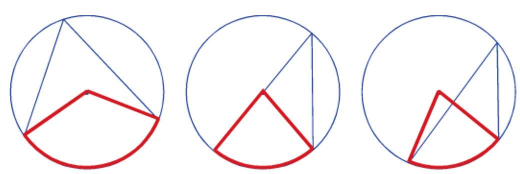
L'angle inscrit $\widehat{FDC}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{FC}$.

L'angle $\widehat{EDC}$ interceptant l'arc $\overset{\frown}{EC}$ est un angle *inscrit.*

L'angle $\widehat{HOJ}$ interceptant l'arc $\overset{\frown}{HJ}$ est un angle *au centre.*

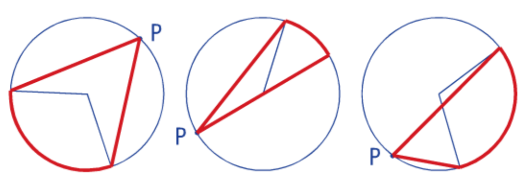
Dans chaque cas, construis l'angle au centre qui intercepte le même arc que l'angle inscrit représenté.

Trace cet arc en rouge.



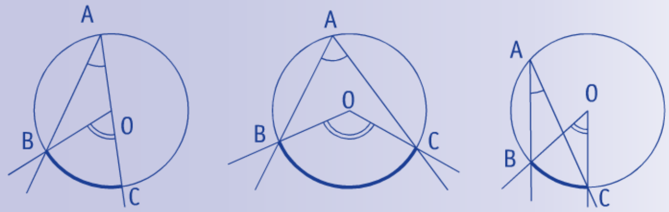
Dans chaque cas, construis l'angle inscrit de sommet P qui intercepte le même arc que l'angle au centre représenté.

Trace cet arc en rouge.



2) Propriété reliant angle inscrit et angle au centre interceptant le même arc

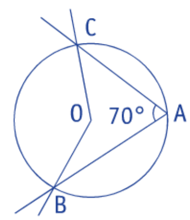
Dans un cercle, l'**amplitude** d'un angle **inscrit** est égale à la **moitié** de celle de l'angle au **centre** interceptant le **même arc**.



L'angle au centre $\widehat{BOC}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{BC}$ que l'angle inscrit $\widehat{BAC}$

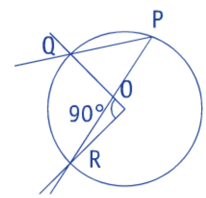
$$\Rightarrow \quad |\widehat{BAC}| = \frac{1}{2} \cdot |\widehat{BOC}| \quad \text{ou} \quad |\widehat{BOC}| = 2 \cdot |\widehat{BAC}|$$

Complète les implications en utilisant les renseignements fournis par les dessins.



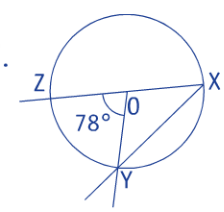
L'angle au centre $\widehat{BOC}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{BC}$ que l'angle inscrit $\widehat{BAC}$.

$\Rightarrow$ $\widehat{BOC}$ = 2 . $\widehat{BAC}$. Or, $\widehat{BAC}$ = 70° $\Rightarrow$ $\widehat{BOC}$ = 140°



L'angle inscrit $\widehat{QPR}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{QR}$ que l'angle au centre $\widehat{QOR}$.

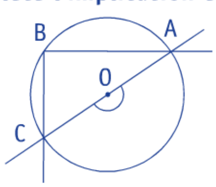
$\Rightarrow$ $|\widehat{QOR}|$ = 2 . $|\widehat{QPR}|$. Or, $|\widehat{QOR}|$ = 90° $\Rightarrow$ $|\widehat{QPR}|$ = 45°



L'angle au centre $\widehat{ZOY}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{ZY}$ que l'angle inscrit $\widehat{ZXY}$.

$\Rightarrow$ $|\widehat{ZOY}|$ = 2 . $|\widehat{ZXY}|$. Or, $|\widehat{ZOY}|$ = 78° $\Rightarrow$ $|\widehat{ZXY}|$ = 39°

Complète l'implication en utilisant les renseignements fournis par le dessin.



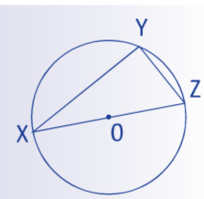
L'angle au centre $\widehat{AOC}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{CA}$ que l'angle inscrit $\widehat{ABC}$

$\Rightarrow$ $|\widehat{AOC}|$ = 2 . $|\widehat{ABC}|$. Or, $|\widehat{AOC}|$ = 180° $\Rightarrow$ $|\widehat{ABC}|$ = 90°

$\Rightarrow$ le triangle ABC est rectangle en B.

Tout **triangle inscrit** dans un **demi-cercle** est **rectangle**.

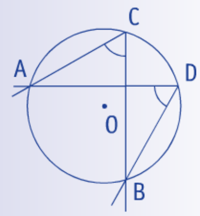
Le triangle XYZ est inscrit dans un demi-cercle dont l'hypoténuse est [XZ] $\Rightarrow$ le triangle XYZ est rectangle.



Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

3) Propriété reliant des angles inscrits interceptant le même arc

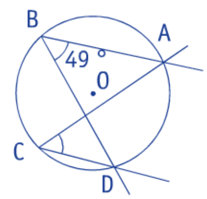
Dans un cercle, des angles **inscrits** interceptant le **même arc** ont la **même amplitude.**



Les angles inscrits $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ADB}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$

$\Rightarrow \quad |\widehat{ACB}| = |\widehat{ADB}|$

Complète l'implication en utilisant les renseignements fournis par le dessin.



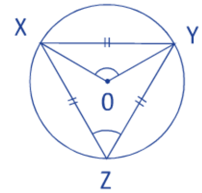
Les angles inscrits $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ACD}$ interceptent le même arc $\widehat{AD}$

$\Rightarrow \quad |\widehat{ABD}| = |\widehat{ACD}|$. Or, $|\widehat{ABD}| = 49°$ $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{ACD}| = 49°$

4) Exercices de synthèse

Complète les implications en utilisant les renseignements fournis par les dessins et les propriétés relatives aux angles inscrits et aux angles au centre.

Cercle de centre O



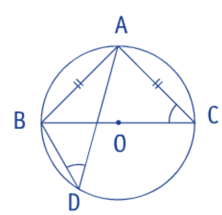
Le triangle XYZ est *équilatéral* $\Rightarrow \quad |\widehat{XZY}| = 60°$

L'angle $\widehat{XOY}$ est un angle *au centre*

interceptant le même arc $\widehat{XY}$ que l'angle *inscrit* $\widehat{XZY}$

$\Rightarrow \quad |\widehat{XOY}| = 2 \cdot |\widehat{XZY}|$. Or, $|\widehat{XZY}| = 60°$ $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{XOY}| = 120°$

Cercle de centre O



Le triangle BAC est *isocèle rectangle en A*

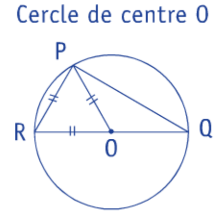
$\Rightarrow \quad |\widehat{ACB}| = 45°$

L'angle $\widehat{ACB}$ est un angle *inscrit* interceptant le même

arc $\widehat{AB}$ que l'angle *inscrit* $\widehat{ADB}$ $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{ACB}| = |\widehat{ADB}|$.

Or, $|\widehat{ACB}| = 45°$ $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{ADB}| = 45°$

Cercle de centre O



Le triangle PQR est *inscrit* dans *un demi-cercle*

$\Rightarrow$ le triangle PQR est *rectangle en P* $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{RPQ}| = 90°$.

Le triangle RPO est *équilatéral* $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{RPO}| = 60°$.

Comme $|\widehat{RPQ}| = 90°$ et $|\widehat{RPO}| = 60°$ $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{OPQ}| = 30°$.

Le triangle OPQ est *isocèle en O* $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{OPQ}| = |\widehat{OQP}|$

Or, $|\widehat{OPQ}| = 30°$ $\quad \Rightarrow \quad |\widehat{PQO}| = 30°$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

5) Tracés d'angles particuliers

Complète les phrases suivantes.

Pour construire un angle inscrit de 40°, je peux utiliser un angle au centre de ***80*** °.

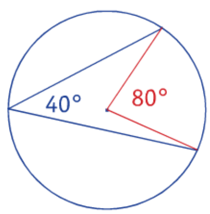
Pour construire un angle centre de 60°, je peux utiliser un angle inscrit de ***30*** °.

Pour construire un angle inscrit de x°, je peux utiliser un angle au centre de ***2x*** °.

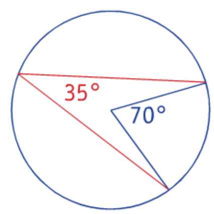
Pour construire un angle au centre de x°, je peux utiliser un angle inscrit de $\boldsymbol{\frac{x}{2}}$ °.

Sans rapporteur, ni compas, trace les angles répondant aux conditions imposées.

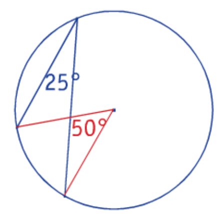
Angle au centre de 80°



Angle inscrit de 35°

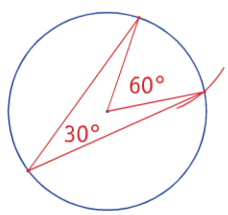


Angle au centre de 50°

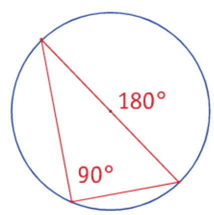


Sans rapporteur, mais avec un compas, trace les angles répondant aux conditions imposées.

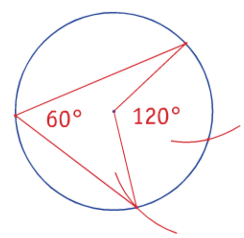
Angle inscrit de 30°



Angle inscrit de 90°



Angle inscrit de 60°



Complète les phrases suivantes.

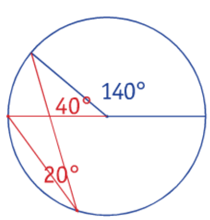
L'angle supplémentaire d'un angle de 100° est un angle de ***80*** °.

L'angle supplémentaire d'un angle de ***125*** ° est un angle de 55°.

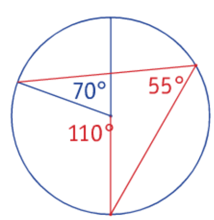
L'angle supplémentaire d'un angle de x° est un angle de ***(180 – x)*** °.

Sans rapporteur, ni compas, trace les angles répondant aux conditions imposées.

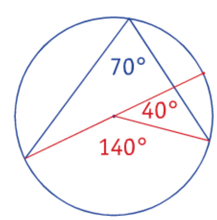
Angle inscrit de 20°



Angle inscrit de 55°



Angle au centre de 40°



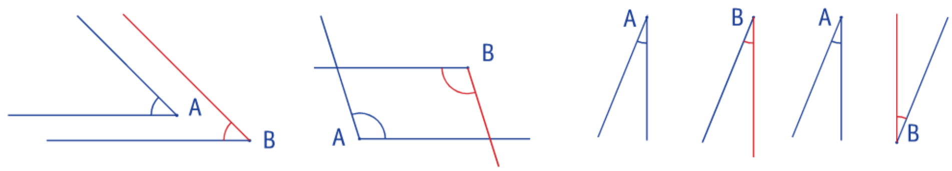
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 7.4 Angles à côtés parallèles ou perpendiculaires

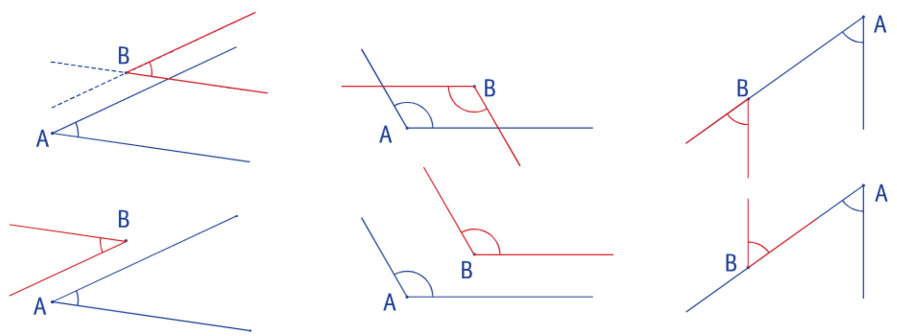
1) Constructions d'angles à côtés respectivement parallèles

Deux angles à côtés respectivement **parallèles** ...
... ont la **même amplitude** s'ils sont tous **deux aigus** ou tous **deux obtus**.
... sont **supplémentaires** si l'**un** est **aigu** et l'**autre obtus**.

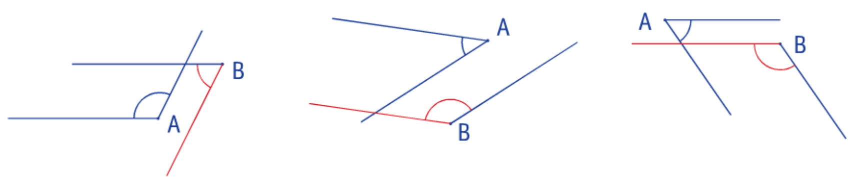
Achève de construire l'angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement parallèles à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils aient la même amplitude.



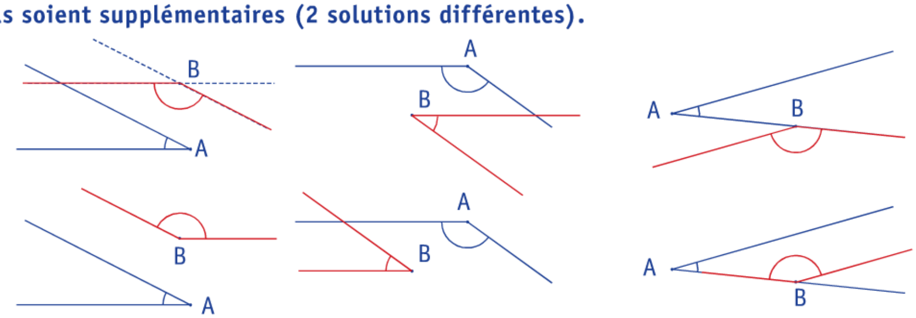
Construis un angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement parallèles à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils aient la même amplitude (2 solutions différentes).



Achève de construire l'angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement parallèles à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils soient supplémentaires.



Construis un angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement parallèles à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils soient supplémentaires (2 solutions différentes).

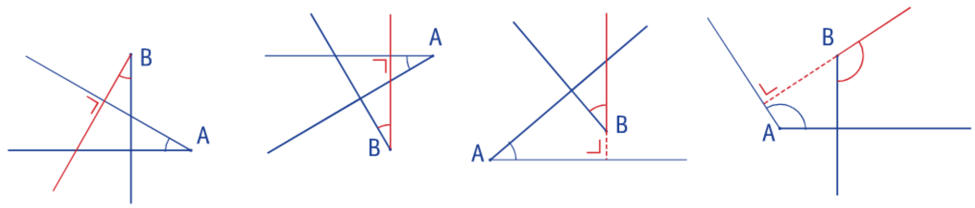


Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

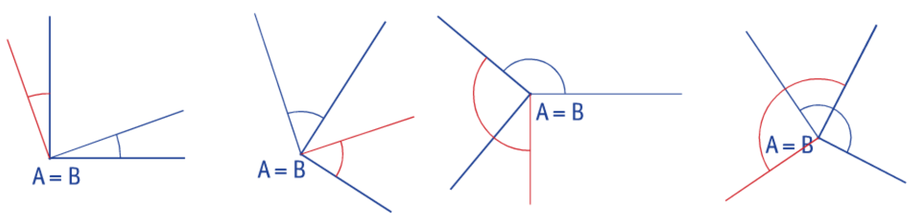
2) Constructions d'angles à côtés respectivement perpendiculaires

Deux angles à côtés respectivement **perpendiculaires** ...
... ont la **même amplitude** s'ils sont tous **deux aigus** ou tous **deux obtus**.
... sont **supplémentaires** si l'**un** est **aigu** et l'**autre obtus**.

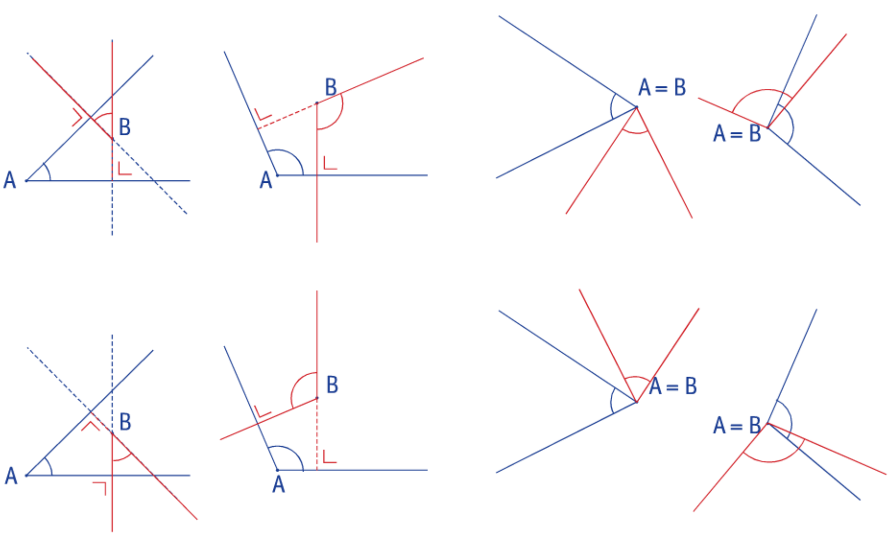
Achève de construire l'angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement perpendiculaires à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils aient la même amplitude.



Achève de construire l'angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement perpendiculaires à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils aient la même amplitude.

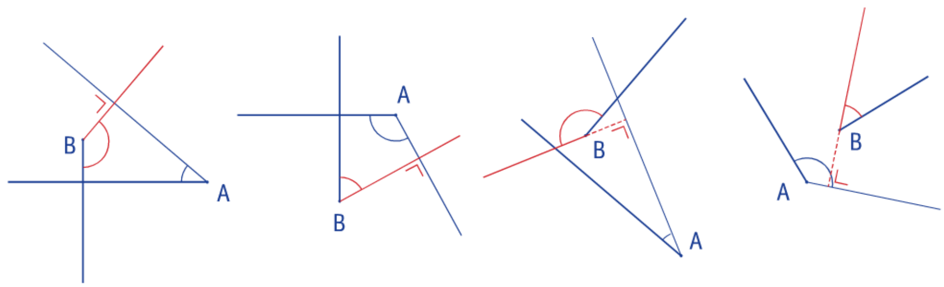


Construis un angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement perpendiculaires à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils aient la même amplitude (2 solutions différentes).

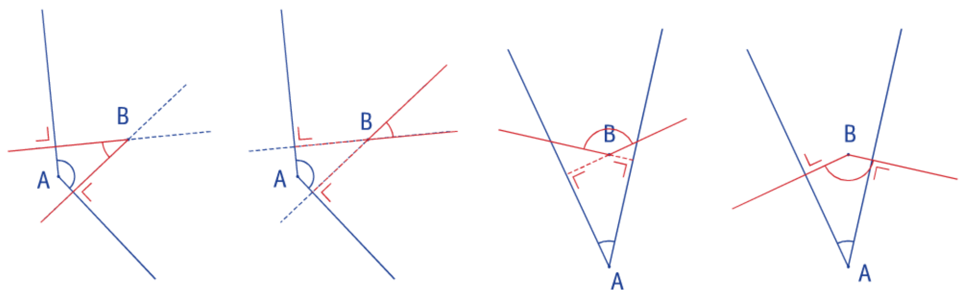


Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Achève de construire l'angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement perpendiculaires à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils soient supplémentaires.

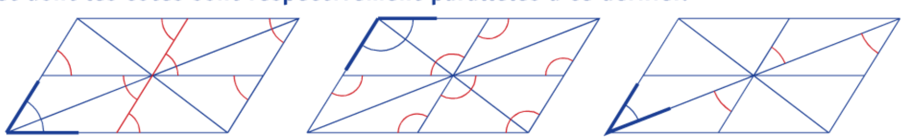


Construis un angle $\hat{B}$ pour que ses côtés soient respectivement perpendiculaires à ceux de l'angle $\hat{A}$ et qu'ils soient supplémentaires (2 solutions différentes).

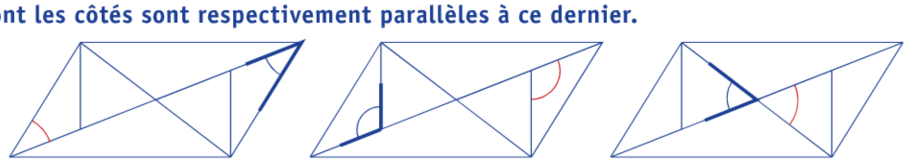


3) Reconnaissance d'angles

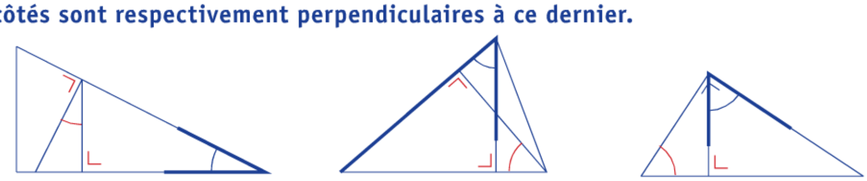
Sur chaque parallélogramme, trace en rouge les angles de même amplitude que l'angle tracé en gras et dont les côtés sont respectivement parallèles à ce dernier.



Sur chaque parallélogramme, trace en rouge l'angle de même amplitude que l'angle tracé en gras et dont les côtés sont respectivement parallèles à ce dernier.



Sur chaque triangle, trace en rouge l'angle de même amplitude que l'angle tracé en gras et dont les côtés sont respectivement perpendiculaires à ce dernier.



4) Détermination d'amplitudes

Pour chaque exercice, complète le raisonnement après avoir déterminé de quel type d'angles il s'agit.

1) Angles à côtés respectivement parallèles, tous les deux aigus ou tous les deux obtus

2) Angles à côtés respectivement parallèles, un aigu et un obtus

3) Angles à côtés respectivement perpendiculaires, tous les deux aigus et tous les deux obtus

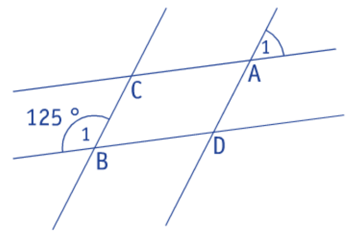
4) Angles à côtés respectivement perpendiculaires, un aigu et un obtus

Type d'angles : *2*

Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{B}_1$ sont des angles à *côtés respectivement parallèles, l'un aigu et l'autre obtus.*

$\Rightarrow$ $|\hat{B}_1| + |\hat{A}_1| = 180°$

Or, $|\hat{B}_1| = 125°$ $\Rightarrow$ $|\hat{A}_1| = 55°$

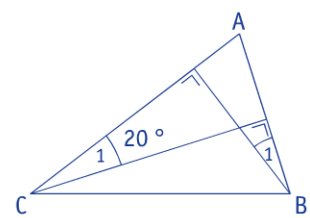


Type d'angles : *3*

Les angles $\hat{B}_1$ et $\hat{C}_1$ sont des angles *à côtés respectivement perpendiculaires et aigus.*

$\Rightarrow$ $|\hat{B}_1| = |\hat{C}_1|$

Or, $|\hat{C}_1| = 20°$ $\Rightarrow$ $|\hat{B}_1| = 20°$

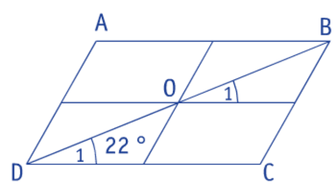


Type d'angles : *1*

Les angles $\hat{O}_1$ et $\hat{D}_1$ sont des angles *à côtés respectivement parallèles et aigus.*

$\Rightarrow$ $|\hat{O}_1| = |\hat{D}_1|$

Or, $|\hat{D}_1| = 22°$ $\Rightarrow$ $|\hat{O}_1| = 22°$



Type d'angles : *4*

Les angles $\hat{D}$ et $\hat{C}$ sont des angles *à côtés respectivement perpendiculaires, l'un aigu et l'autre obtus.*

$\Rightarrow$ $|\hat{D}| + |\hat{C}| = 180°$

Or, $|\hat{D}| = 52°$ $\Rightarrow$ $|\hat{C}| = 128°$