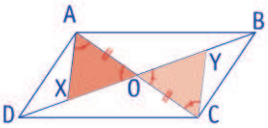
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

3) Démonstrations structurées

Complète les démonstrations structurées proposées ci-dessous.

Dans le parallélogramme ABCD, on sait que CY // AX. Démontre que |OX| = |OY|.

Démonstration



Données ***ABCD est un parallélogramme de centre O.***

CY // AX

Thèse ***|OX| = |OY|***

Colorie dans des couleurs différentes les triangles AOX et COY.

(1) |AO| = |OC|, car ***les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.***

(2) $|\widehat{AOX}| = |\widehat{COY}|$, car ***deux angles opposés par le sommet ont la même amplitude.***

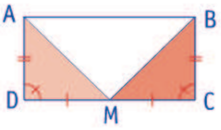
(3) $|\widehat{XAO}| = |\widehat{YCO}|$, car ***deux angles alternes internes ont la même amplitude.***

(1), (2) et (3) ⇒ Δ ***AOX*** iso Δ ***COY*** (cas d'isométrie CCC, [✓ ACA] ou CAC)
entoure le bon cas

⇒ | ***OX*** | = | ***OY*** |

Dans le rectangle ABCD, on note M le milieu de [DC]. Démontre que le triangle AMB est isocèle.

Démonstration



Données ***ABCD est un rectangle.***

M est le milieu de [DC].

Thèse ***AMB est un triangle isocèle en M.***

Colorie dans des couleurs différentes les triangles ADM et BCM.

(1) $|\hat{D}| = |\hat{C}|$, car ***les angles d'un rectangle ont la même amplitude (90°).***

(2) | ***AD*** | = | ***BC*** |, car ***les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.***

(3) | ***DM*** | = | ***MC*** |, car ***le point M est le milieu de [DC].***

(1), (2) et (3) ⇒ Δ ***ADM*** iso Δ ***BCM*** (cas d'isométrie CCC, ACA ou [✓ CAC])
entoure le bon cas

⇒ | ***AM*** | = | ***BM*** |

⇒ Δ AMB est ***est un triangle isocèle en M.***

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 7.7 Cas de similitude de triangles

1) Triangles semblables et rapport de similitude

Si deux triangles sont **semblables**, alors leurs **angles** homologues sont de **même amplitude** et leurs **côtés** homologues sont de **longueurs proportionnelles**.

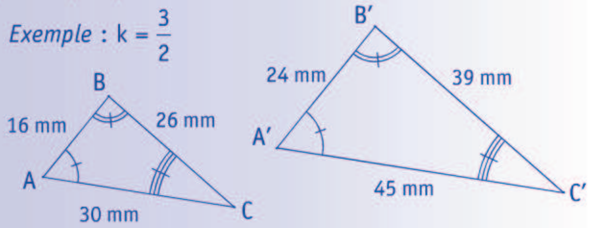
$|\hat{A}| = |\hat{A'}|$, $|\hat{B}| = |\hat{B'}|$ et $|\hat{C}| = |\hat{C'}|$

et

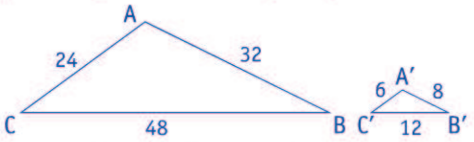
$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{|B'C'|}{|BC|} = k$$

k est le rapport de similitude.

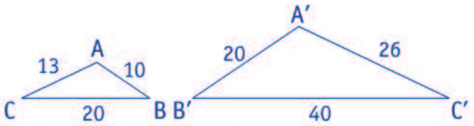
Exemple : $k = \frac{3}{2}$



Les triangles ABC et A′B′C′ sont semblables. Complète l'égalité entre les rapports des longueurs (en mm) des segments homologues pour déterminer le rapport de similitude.

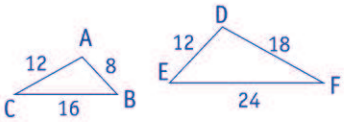


$$\frac{8}{32} = \frac{6}{24} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

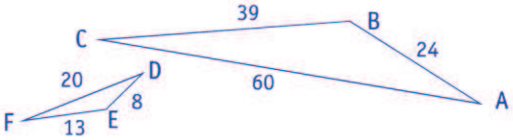


$$\frac{20}{10} = \frac{26}{13} = \frac{40}{20} = \frac{2}{1} = 2$$

Les triangles ABC et DEF sont semblables. Complète l'égalité entre les rapports des longueurs (en mm) des segments homologues en connaissant le rapport de similitude.



$$\frac{18}{12} = \frac{24}{16} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

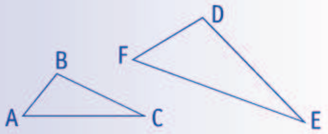


$$\frac{13}{39} = \frac{8}{24} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

Les triangles ABC et DEF sont **semblables.**

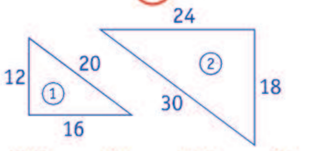
Le **rapport** de similitude pour passer de ABC à DEF est **supérieur à 1**, car DEF est un **agrandissement** de ABC.

Le **rapport** de similitude pour passer de DEF à ABC est **inférieur à 1**, car ABC est une **réduction** de DEF.



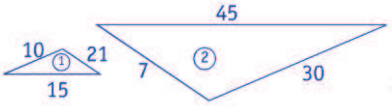
Dans chaque cas, le triangle 2 est-il un agrandissement (A) ou une réduction (R) du triangle 1 ? Ensuite, détermine le rapport de simitude.

[✓ A] - R



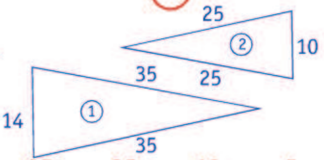
$$\frac{24}{16} = \frac{30}{20} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

[✓ A] - R



$$\frac{45}{15} = \frac{30}{10} = \frac{21}{7} = 3$$

A - [✓ R]



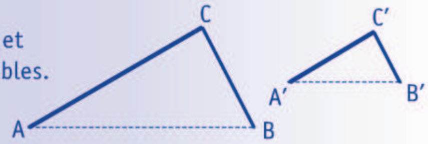
$$\frac{25}{35} = \frac{25}{35} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

2) Critère de similitude : cas CCC

Si deux triangles ont leurs **côtés homologues** de **longueurs proportionnelles**, alors ils sont **semblables.**

$$\frac{|A'B'|}{|AB|}=\frac{|A'C'|}{|AC|}=\frac{|B'C'|}{|BC|}=k \Rightarrow$$ Les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.



Dans chaque cas, vérifie si les rapports des longueurs des segments homologues des triangles ABC et A'B'C' sont égaux en complétant par = ou ≠. Déduis-en oui (O) ou non (N) la similitude des deux triangles. Dans l'affirmative, calcule le rapport de similitude.

|AB|	|AC|	|BC|	|A'B'|	|A'C'|	|B'C'|	Recherche du rapport éventuel	O - N ?
5	3	7	15	9	21	$\frac{15}{5}=\frac{9}{3}=\frac{21}{7}=3$	*O*
8	12	16	6	9	12	$\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$	*O*
5	3	4	10	6	9	$\frac{10}{5}=\frac{6}{3}\neq\frac{9}{4}=$	*N*
12	15	18	8	10	15	$\frac{8}{12}=\frac{10}{15}\neq\frac{15}{18}=$	*N*

Retrouve les paires de longueurs de côtés homologues des deux triangles semblables et détermine le rapport de similitude.

Triangle 1 : 15 mm, 25 mm, 20 mm Triangle 2 : 240 mm , 180 mm, 300 mm

25 mm et *300 mm* *20 mm* et *240 mm* *15 mm* et *180 mm*

Rapport de similitude : $\frac{300}{25}=\frac{240}{20}=\frac{180}{15}=12$

En comparant les mesures (mélangées) des côtés des triangles ABC et DEF, peux-tu dire si les triangles sont semblables ? Si oui, détermine le rapport de similitude.

Δ ABC : 36 mm, 20 mm et 24 mm Δ DEF : 27 mm, 18 mm et 15 mm

Oui, $\frac{27}{36}=\frac{18}{24}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

Δ ABC : 35 mm, 28 mm et 42 mm Δ DEF : 20 mm, 22 mm et 16 mm

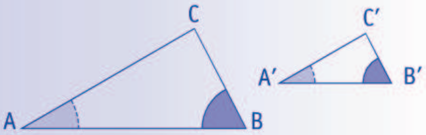
Non, $\frac{22}{42}\neq\frac{20}{35}=\frac{16}{28}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

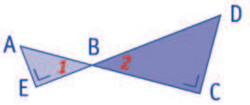
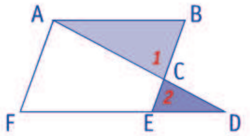
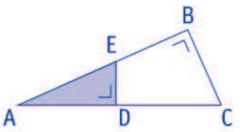
3) Critère de similitude : cas AA

Si deux triangles ont deux **angles homologues** de **même amplitude**, alors ils sont **semblables**.

$$\left.\begin{array}{l}|\hat{A}| = |\hat{A'}| \\ |\hat{B}| = |\hat{B'}|\end{array}\right\} \Rightarrow$$ Les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.



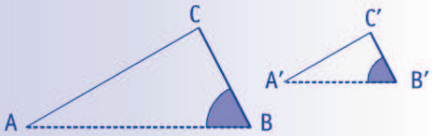
Trouve deux paires d'angles homologues de même amplitude et justifie ces égalités.

	Triangles ABE et BDC $|\hat{B}_1| = |\hat{B}_2|$ (*angles opposés par le sommet*) $|\hat{E}| = |\hat{C}|$ (*angles droits*)
	Triangles ABC et DEC (ABEF est un parallélogramme et F, E et D sont alignés) $|\hat{C}_1| = |\hat{C}_2|$ (*angles opposés par le sommet*) $|\hat{E}| = |\hat{B}|$ (*angles alternes internes*)
	Triangles ABC et DEA $|\hat{A}| = |\hat{A}|$ (*angle commun*) $|\hat{D}| = |\hat{B}|$ (*angles droits*)

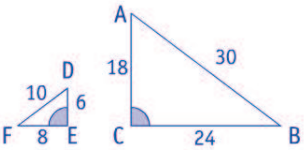
4) Critère de similitude : cas CAC

Si deux triangles ont **un angle** de **même amplitude compris** entre des **côtés homologues** de **longueurs proportionnelles**, alors ils sont **semblables**.

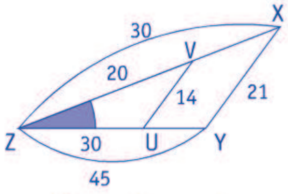
$$\left.\begin{array}{l}|\hat{B}| = |\hat{B'}| \\ \dfrac{|B'A'|}{|BA|} = \dfrac{|B'C'|}{|BC|} = k\end{array}\right\} \Rightarrow$$ Les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.



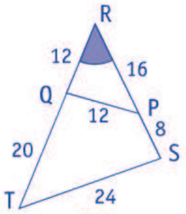
Dans chaque cas, les triangles proposés ont un angle de même amplitude. Complète l'égalité qui montre que les côtés homologues qui les forment sont de longueurs proportionnelles.



$\frac{18}{6} = \frac{24}{8} = 3$



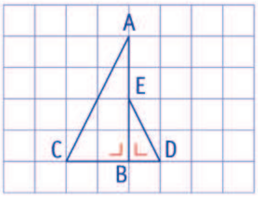
$\frac{45}{30} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$



$\frac{32}{16} = \frac{24}{12} = 2$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

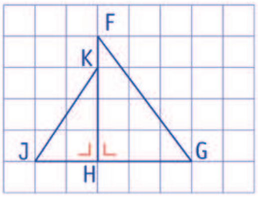
Dans chaque cas, les triangles proposés ont un angle de même amplitude. Marque-les sur le dessin. Pour en déduire l'éventuelle similitude des deux triangles, vérifie si les longueurs des côtés homologues qui forment ces angles sont proportionnelles.



$|AB| = 2 \,.\, |BE|$

$|BC| = 2 \,.\, |BD|$

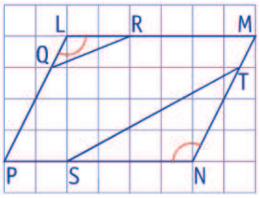
semblables – ~~non semblables~~



$|HK| = \frac{3}{4} \,.\, |HF|$

$|JH| = \frac{2}{3} \,.\, |HG|$

~~semblables~~ – non semblables



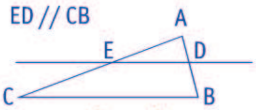
$|SN| = 2 \,.\, |LR|$

$|TN| = 3 \,.\, |LQ|$

~~semblables~~ – non semblables

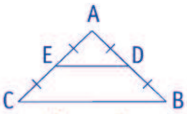
5) Exercices de synthèse

En utilisant les renseignements fournis par le dessin, note les égalités qui te permettent de dire que les triangles sont semblables.



$|\hat{E}| = |\hat{C}|$

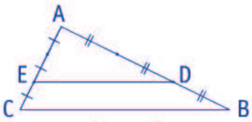
$|\hat{D}| = |\hat{B}|$



$|\hat{A}| = |\hat{A}|$

$|AC| = 2 \,.\, |AE|$

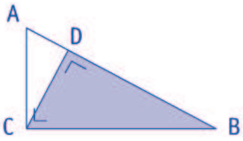
$|AB| = 2 \,.\, |AD|$



$|\hat{A}| = |\hat{A}|$

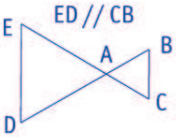
$|AC| = 1{,}5 \,.\, |AE|$

$|AB| = 1{,}5 \,.\, |AD|$



$|\widehat{ABC}| = |\widehat{CBD}|$

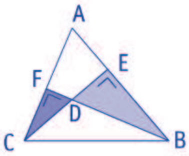
$|\widehat{ACB}| = |\widehat{CDB}|$



$|\widehat{EAD}| = |\widehat{CAB}|$

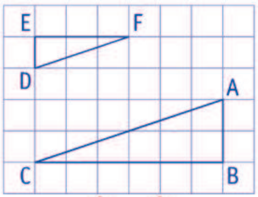
$|\widehat{AED}| = |\widehat{ACB}|$

$(|\widehat{ADE}| = |\widehat{ABC}|)$



$|\widehat{FDC}| = |\widehat{EDB}|$

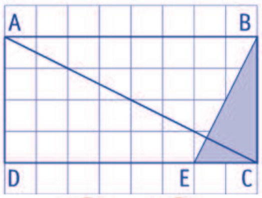
$|\widehat{CFD}| = |\widehat{BED}|$



$|\hat{E}| = |\hat{B}|$

$|AB| = 2 \,.\, |ED|$

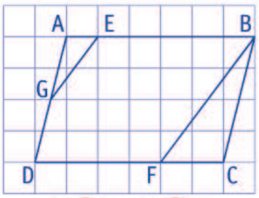
$|BC| = 2 \,.\, |EF|$



$|\widehat{ABC}| = |\widehat{BCE}|$

$|AB| = 2 \,.\, |BC|$

$|BC| = 2 \,.\, |EC|$



$|\widehat{BCF}| = |\widehat{GAE}|$

$|FC| = 2 \,.\, |AE|$

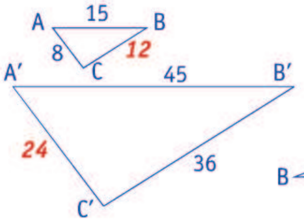
$|BC| = 2 \,.\, |AG|$

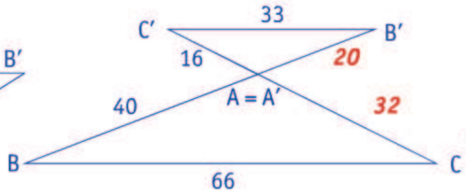
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

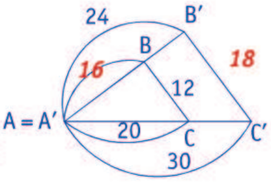
Fiche 7.8 Triangles semblables – Recherche de mesures

1) Recherche intuitive sur dessin

Détermine mentalement les mesures inconnues des triangles semblables ABC et A′B′C′.







2) Recherche par un tableau de proportionnalité (cas simples)

Le coefficient de proportionnalité est le rapport de similitude (k) entre les deux triangles.

Pour déterminer la longueur d'un côté du **2e triangle**, il suffit de **multiplier** la longueur du côté homologue du **1er triangle** par le rapport de similitude.

Pour déterminer la longueur d'un côté du **1er triangle**, il suffit de **diviser** la longueur du côté homologue du **2e triangle** par le rapport de similitude.

Exemple : k = 3

. 3 ↓ ↑ : 3

4	5	y
x	15	18

x = 12 et y = 6

Le rapport de similitude entre les triangles étant connu, détermine les longueurs inconnues.

k = 2

. 2 ↓ ↑ : 2

12	15	13
24	30	26

k = 5

. 5 ↓ ↑ : 5

4	3	5
20	15	25

$k = \frac{1}{4}$

$. \frac{1}{4}$ ↓ ↑ $: \frac{1}{4}$

16	12	20
4	3	5

Diviser par une fraction revient à **multiplier** par la **fraction inverse**.

Exemple

$k = \frac{2}{3}$

$. \frac{2}{3}$ ↓ ↑ $: \frac{2}{3}$ ou $. \frac{3}{2}$

15	x	y
10	12	14

$x = 12 : \frac{2}{3} = 12 . \frac{3}{2} = 18$

$y = 14 : \frac{2}{3} = 14 . \frac{3}{2} = 21$

Le rapport de similitude entre les triangles étant connu, détermine les longueurs inconnues.

$k = \frac{3}{4}$

$. \frac{3}{4}$ ↓ ↑ $: \frac{3}{4}$

12	16	20
9	12	15

$k = \frac{3}{2}$

$. \frac{3}{2}$ ↓ ↑ $: \frac{3}{2}$

16	12	14
24	18	21

$k = \frac{2}{5}$

$. \frac{2}{5}$ ↓ ↑ $: \frac{2}{5}$

45	30	20
18	12	8

Le **rapport** de **similitude** entre deux triangles se détermine en calculant le **rapport** entre les longueurs de deux **côtés homologues** (2e triangle par rapport au 1er triangle)

Exemple :

1er triangle	4	8	10
2e triangle	6	12	15

$k = \frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Détermine le rapport de similitude puis calcule les longueurs inconnues.

k = $\frac{2}{3}$

15	12	18
10	8	12

$\cdot\frac{2}{3}$ $\cdot\frac{3}{2}$

k = 2

9	7	6
18	14	12

$\cdot 2$ $: 2$

k = $\frac{4}{3}$

36	24	30
48	32	40

$\cdot\frac{4}{3}$ $\cdot\frac{3}{4}$

k = $\frac{1}{2}$

8	7	10
4	$\frac{7}{2}$	5

$\cdot\frac{1}{2}$ $\cdot 2$

k = 3

3	7	$\frac{16}{3}$
9	21	16

$\cdot 3$ $: 3$

k = $\frac{3}{4}$

8	7	$\frac{20}{3}$
6	$\frac{21}{4}$	5

$\cdot\frac{3}{4}$ $\cdot\frac{4}{3}$

Tu peux te servir des **propriétés** des tableaux de **proportionnalité** pour déterminer les longueurs inconnues.

Exemple

. 4

. 2 . 5

1^{er} triangle	4	8	10		2
2^e triangle	6	12	15		3

. 2 . 5

. 4

Rapport : $\frac{3}{2}$

Calcule les longueurs inconnues en utilisant les propriétés décrites dans le pavé ci-dessus.

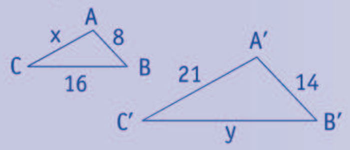
8	4	6		2		10	15	20		5		28	35	21		7
20	10	15		5		14	21	28		7		8	10	6		2

24	42	21		3		48	24	32		8		16	12	24		4
32	56	28		4		30	15	20		5		36	27	54		9

3) Recherche par résolution d'équation

La comparaison des longueurs des segments homologues de deux triangles semblables fournit des équations qui permettent de déterminer les mesures inconnues.

Exemple



Rapport des longueurs des côtés homologues

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{|B'C'|}{|BC|} = k$$

$$\frac{14}{8} = \frac{21}{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{y}}{16} = \frac{7}{4}$$

Recherche de x : $\frac{21}{\mathbf{x}} = \frac{7}{4}$

$7x = 84$

$x = 12$

Recherche de y : $\frac{\mathbf{y}}{16} = \frac{7}{4}$

$4y = 112$

$y = 28$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Dans chaque cas, détermine les longueurs inconnues en utilisant les bons rapports.

$\frac{8}{12}=\frac{16}{x}=\frac{y}{15}=\frac{2}{3}$

$\frac{16}{x}=\frac{2}{3}$ $\frac{y}{15}=\frac{2}{3}$

$2x=48$ $3y=30$

$x=24$ $y=10$

$\frac{20}{x}=\frac{25}{15}=\frac{y}{18}=\frac{5}{3}$

$\frac{20}{x}=\frac{5}{3}$ $\frac{y}{18}=\frac{5}{3}$

$5x=60$ $3y=90$

$x=12$ $y=30$

$\frac{y}{35}=\frac{8}{x}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

$\frac{8}{x}=\frac{2}{7}$ $\frac{y}{35}=\frac{2}{7}$

$2x=56$ $7y=70$

$x=28$ $y=10$

$\frac{15}{25}=\frac{10}{x}=\frac{y}{16}=\frac{3}{5}$

$\frac{10}{x}=\frac{3}{5}$ $\frac{y}{16}=\frac{3}{5}$

$3x=50$ $5y=48$

$x=\frac{50}{3}$ $y=\frac{48}{5}$

$\frac{y}{13}=\frac{22}{x}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$

$\frac{22}{x}=\frac{4}{3}$ $\frac{y}{13}=\frac{4}{3}$

$4x=66$ $3y=52$

$x=\frac{66}{4}$ $y=\frac{52}{3}$

$x=\frac{33}{2}$

$\frac{8}{x}=\frac{6}{20}=\frac{y}{18}=\frac{3}{10}$

$\frac{8}{x}=\frac{3}{10}$ $\frac{y}{18}=\frac{3}{10}$

$3x=80$ $10y=54$

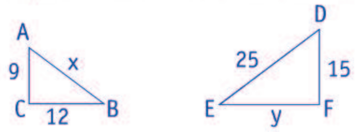
$x=\frac{80}{3}$ $y=\frac{54}{10}$

$y=\frac{27}{5}$

Complète les égalités puis détermine x et y.

Dessin

Les triangles ABC et DEF sont semblables.



Rapport des longueurs des côtés homologues

$$\frac{\lvert DE\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{\lvert DF\rvert}{\lvert AC\rvert}=\frac{\lvert EF\rvert}{\lvert BC\rvert}=k$$

$$\frac{25}{x}=\frac{15}{9}=\frac{y}{12}=\frac{5}{3}$$

Recherche de x : $\frac{25}{x}=\frac{5}{3}$

$5x=75$

$x=15$

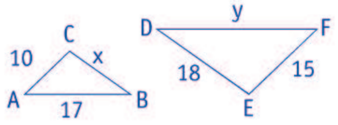
Recherche de y : $\frac{y}{12}=\frac{5}{3}$

$3y=60$

$y=20$

Dessin

Les triangles ABC et DEF sont semblables.



Rapport des longueurs des côtés homologues

$$\frac{\lvert DF\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{\lvert DE\rvert}{\lvert CB\rvert}=\frac{\lvert EF\rvert}{\lvert AC\rvert}=k$$

$$\frac{y}{17}=\frac{18}{x}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$$

Recherche de x : $\frac{18}{x}=\frac{3}{2}$

$3x=36$

$x=12$

Recherche de y : $\frac{y}{17}=\frac{3}{2}$

$2y=51$

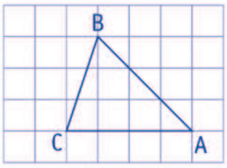
$y=\frac{51}{2}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

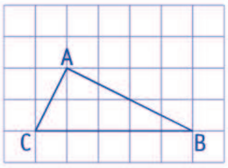
Fiche 7.9 Triangles semblables - Constructions

1) Observations de triangles

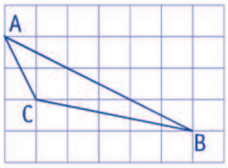
Observe attentivement les triangles tracés et complète les égalités.



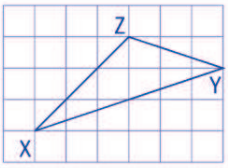
$|\hat{A}| = 45$ °



$|\hat{A}| = 90$°

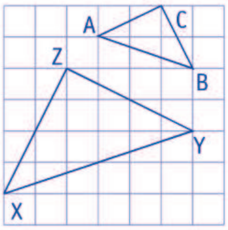


$|AB| = 3 \,.\, |AC|$

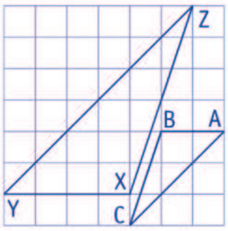


$|XY| = 2 \,.\, |YZ|$

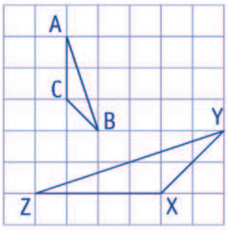
Observe attentivement les triangles tracés et complète les égalités.



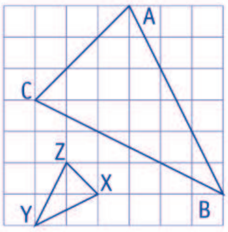
$|XY| = 2 \,.\, |AB|$



$|\hat{A}| = |\hat{Y}| = 45$ °



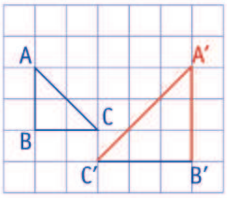
$|\hat{C}| = |\hat{X}| = 135$ °

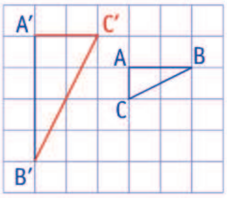


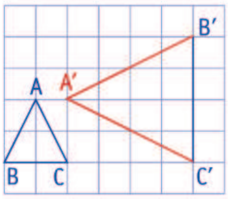
$|AB| = 3 \,.\, |YZ|$

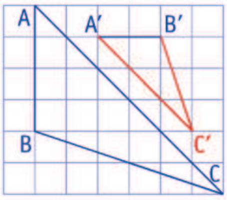
2) Constructions de triangles semblables sur quadrillage

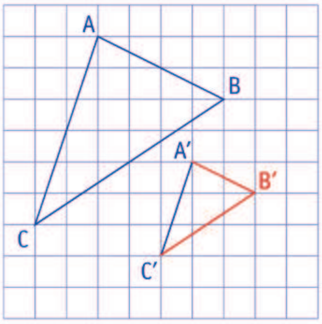
Dans chaque cas, achève la construction du triangle A'B'C' semblable au triangle ABC tracé.

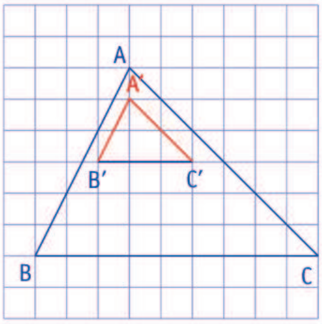


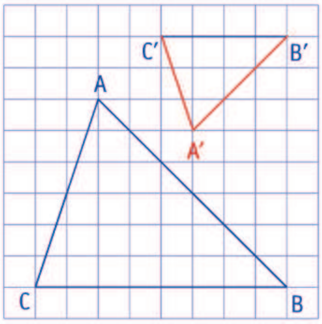








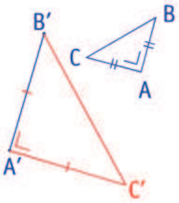


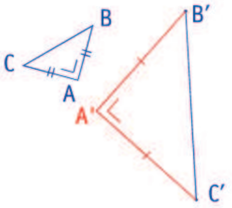


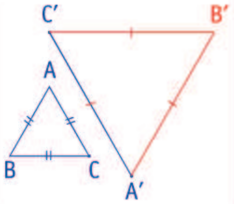
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

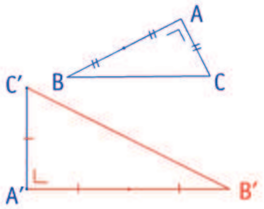
3) Constructions de triangles particuliers semblables sans quadrillage

Dans chaque cas, achève la construction du triangle A′B′C′ semblable au triangle ABC tracé sans prendre de mesures sur le triangle ABC.

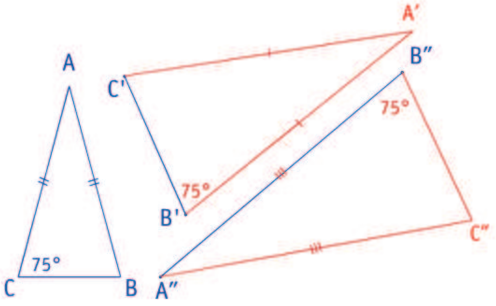


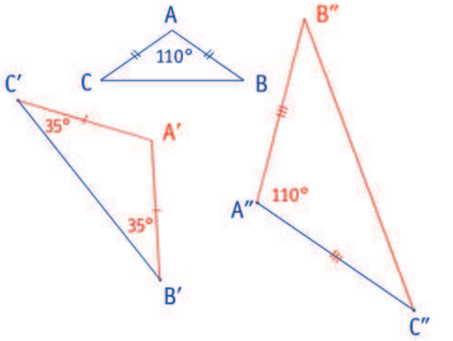






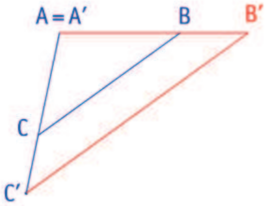
Dans chaque cas, achève la construction des triangles A′B′C′et A″B″C″ semblables au triangle ABC tracé en utilisant les renseignements fournis par le dessin.

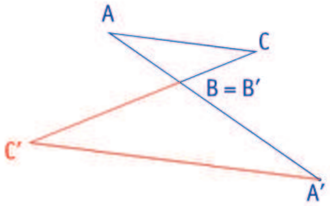


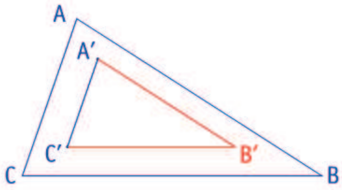


4) Constructions de triangles semblables sans quadrillage

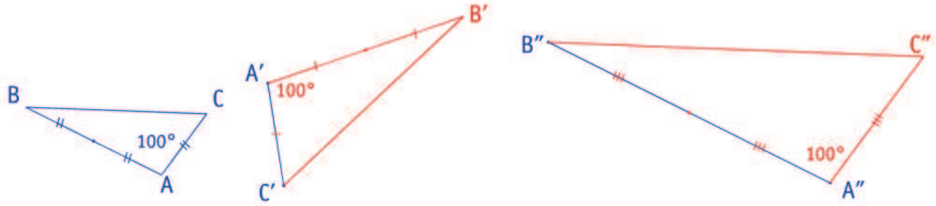
Dans chaque cas, achève la construction du triangle A′B′C′ semblable au triangle ABC tracé sans prendre de mesures sur le triangle ABC.



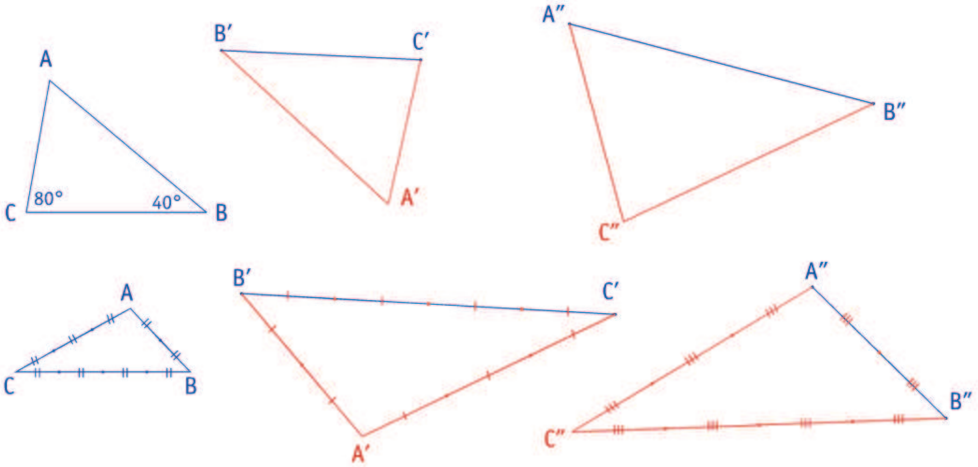




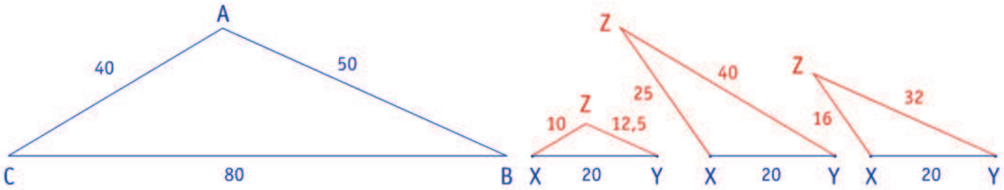
Dans chaque cas, achève la construction des triangles A′B′C′ et A″B″C″ semblables au triangle ABC tracé en utilisant les renseignements fournis par le dessin.



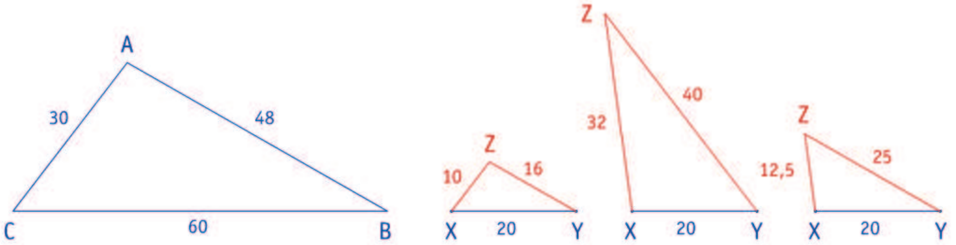
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....



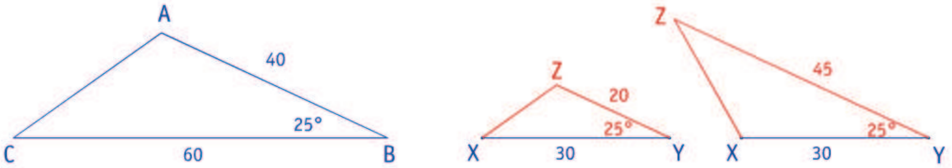
Construis trois triangles différents, mais semblables au triangle ABC en utilisant le segment [XY] comme premier côté.



Construis trois triangles différents, mais semblables au triangle ABC en utilisant le segment [XY] comme premier côté.



Construis deux triangles différents, mais semblables au triangle ABC en utilisant le segment [XY] comme premier côté.



Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

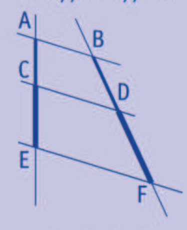
Fiche 7.10 Théorème de Thalès – Recherche de longueurs

1) Formulations du théorème de Thalès

Les deux formulations du théorème de Thalès permettent d'obtenir des égalités de rapport de longueurs.

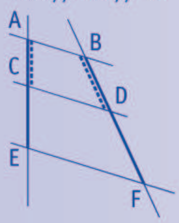
1re formulation

AB // CD // EF



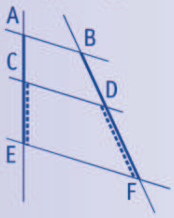
$\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BD|}{|DF|}$

AB // CD // EF



$\frac{|AC|}{|AE|} = \frac{|BD|}{|BF|}$

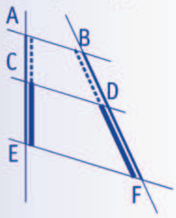
AB // CD // EF



$\frac{|CE|}{|AE|} = \frac{|DF|}{|BF|}$

2e formulation

AB // CD // EF

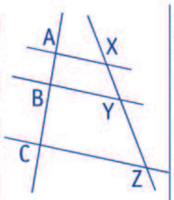


$\frac{|AC|}{|BD|} = \frac{|CE|}{|DF|} = \frac{|AE|}{|BF|}$

Complète les égalités en utilisant le théorème de Thalès.

$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|XY|}{|YZ|}$

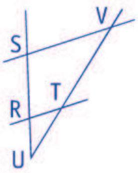
$\frac{|XZ|}{|XY|} = \frac{|AC|}{|AB|}$



$\frac{|AB|}{|XY|} = \frac{|BC|}{|YZ|} = \frac{|AC|}{|XZ|}$

$\frac{|SU|}{|SR|} = \frac{|VU|}{|VT|}$

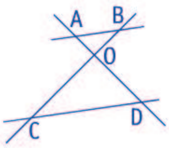
$\frac{|RU|}{|US|} = \frac{|TU|}{|UV|}$



$\frac{|RU|}{|TU|} = \frac{|RS|}{|TV|} = \frac{|US|}{|UV|}$

$\frac{|BO|}{|OC|} = \frac{|AO|}{|OD|}$

$\frac{|BC|}{|OC|} = \frac{|AD|}{|OD|}$

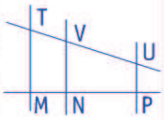


$\frac{|AO|}{|BO|} = \frac{|OD|}{|OC|} = \frac{|AD|}{|BC|}$

Complète les égalités de deux manières différentes en utilisant le théorème de Thalès.

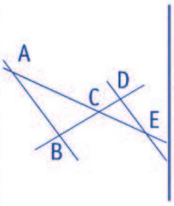
$\frac{|TV|}{|MN|} = \frac{|VU|}{|NP|}$

$\frac{|TV|}{|VU|} = \frac{|MN|}{|NP|}$



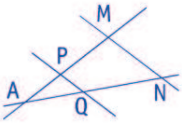
$\frac{|CE|}{|CD|} = \frac{|AC|}{|BC|}$

$\frac{|CE|}{|AC|} = \frac{|CD|}{|BC|}$



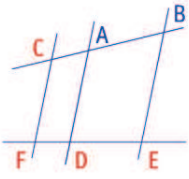
$\frac{|PM|}{|QN|} = \frac{|AM|}{|AN|}$

$\frac{|PM|}{|AM|} = \frac{|QN|}{|AN|}$

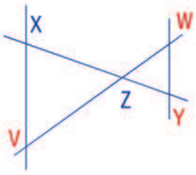


Compète les dessins pour qu'ils respectent l'égalité de rapports proposée.

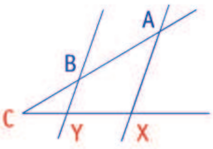
$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|ED|}{|FE|}$



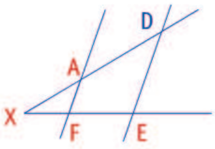
$\frac{|XY|}{|XZ|} = \frac{|VW|}{|VZ|}$



$\frac{|AB|}{|XY|} = \frac{|AC|}{|XC|}$

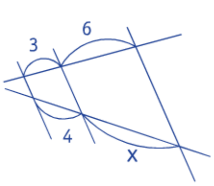


$\frac{|EX|}{|DX|} = \frac{|FE|}{|AD|}$

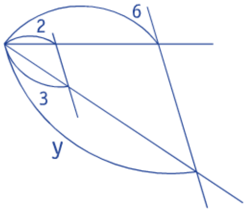


2) Calcul de longueurs inconnues : recherche intuitive

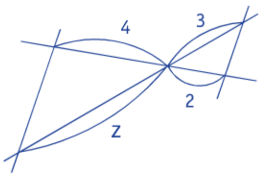
Détermine mentalement la longueur inconnue.



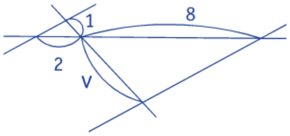
x = 8



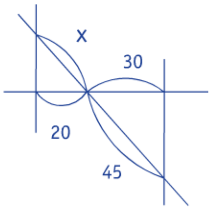
y = 9



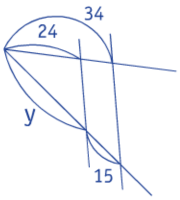
z = 6



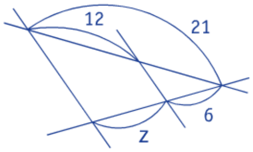
v = 4



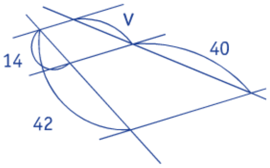
x = 30



y = 36



z = 8

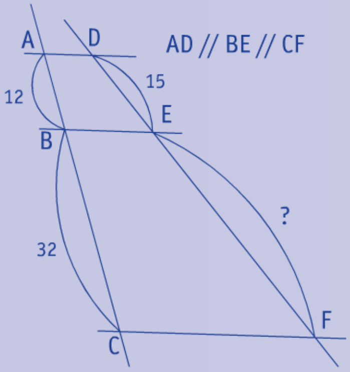


v = 20

3) Calcul de longueurs inconnues : recherche par résolution d'équation

Le théorème de Thalès permet de déterminer une **longueur inconnue** en résolvant une **équation** qui se présente sous la forme d'une **proportion**.

Exemple



AD // BE // CF

1re formulation

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$$

$$\frac{12}{32} = \frac{15}{|EF|}$$

$$12 \,.\, |EF| = 32 \,.\, 15$$

$$|EF| = \frac{\overset{8}{\cancel{32}} \,.\, \overset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{12}\ \cancel{3}\,1}$$

$$|EF| = 40$$

2e formulation

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|}$$

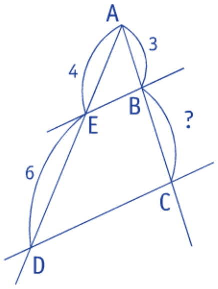
$$\frac{12}{15} = \frac{32}{|EF|}$$

$$12 \,.\, |EF| = 32 \,.\, 15$$

$$|EF| = \frac{\overset{8}{\cancel{32}} \,.\, \overset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{12}\ \cancel{3}\,1}$$

$$|EF| = 40$$

Détermine la longueur inconnue en passant par la résolution d'une équation.



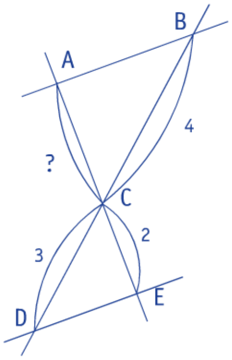
$$\frac{|\ BC\ |}{|\ ED\ |} = \frac{|\ AB\ |}{|\ AE\ |}$$

$$\frac{|BC|}{6} = \frac{3}{4}$$

$$4 \,.\, |BC| = 18$$

$$|BC| = \frac{18}{4}$$

$$|BC| = \frac{9}{2}$$



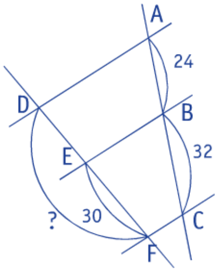
$$\frac{|\ AC\ |}{|\ BC\ |} = \frac{|\ CE\ |}{|\ CD\ |}$$

$$\frac{|AC|}{4} = \frac{2}{3}$$

$$3 \,.\, |AC| = 8$$

$$|AC| = \frac{8}{3}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....



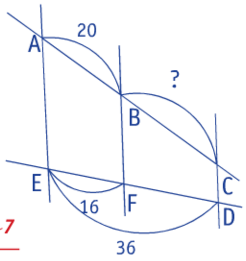
$$\frac{|DF|}{|AC|} = \frac{|EF|}{|BC|}$$

$$\frac{|DF|}{56} = \frac{30}{32}$$

$$32 \cdot |DF| = 30 \cdot 56$$

$$|DF| = \frac{\overset{15}{\cancel{30}} \cdot \overset{7}{\cancel{56}}}{\cancel{32}\ \cancel{4}\ 2}$$

$$|DF| = \frac{105}{2}$$



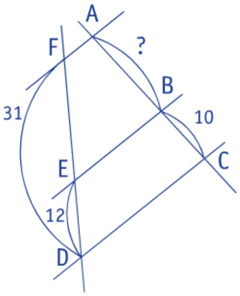
$$\frac{|BC|}{|FD|} = \frac{|AB|}{|EF|}$$

$$\frac{|BC|}{20} = \frac{20}{16}$$

$$16 \cdot |BC| = 20 \cdot 20$$

$$|BC| = \frac{400}{16}$$

$$|BC| = 25$$



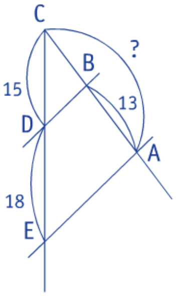
$$\frac{|AB|}{|FE|} = \frac{|BC|}{|ED|}$$

$$\frac{|AB|}{19} = \frac{10}{12}$$

$$12 \cdot |AB| = 10 \cdot 19$$

$$|AB| = \frac{190}{12}$$

$$|AB| = \frac{95}{6}$$



$$\frac{|CA|}{|CE|} = \frac{|BA|}{|DE|}$$

$$\frac{|CA|}{33} = \frac{13}{18}$$

$$18 \cdot |CA| = 13 \cdot 33$$

$$|CA| = \frac{13 \cdot \cancel{33}\ 11}{\cancel{18}\ 6}$$

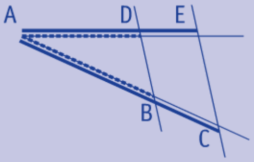
$$|CA| = \frac{143}{6}$$

4) Thalès ou triangles semblables ?

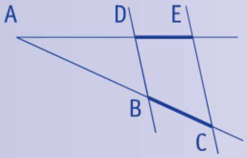
La théorie des triangles semblables et celle relative au théorème de Thalès permettent de calculer les longueurs de certains segments dans des configurations identiques (DB//EC).

Dans ces cas, certains segments apparaissent dans les deux théories, mais d'autres sont spécifiques à l'une ou à l'autre.

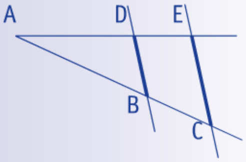
Segments communs aux deux théories



Segments spécifiques au théorème de Thalès

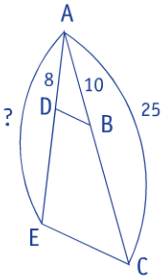


Segments spécifiques aux triangles semblables



Détermine la longueur inconnue par résolution d'une équation.

Thalès



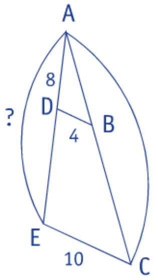
$$\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|AD|}{|AB|}$$

$$\frac{|AE|}{25} = \frac{8}{10}$$

$$10 \cdot |AE| = 200$$

$$|AE| = 20$$

Triangles semblables



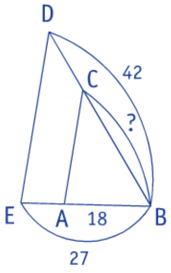
$$\frac{|AE|}{|AD|} = \frac{|EC|}{|DB|}$$

$$\frac{|AE|}{8} = \frac{10}{4}$$

$$4 \cdot |AE| = 80$$

$$|AE| = 20$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....



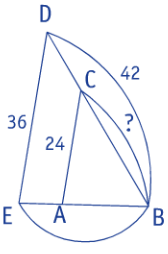
$$\frac{|CB|}{|AB|} = \frac{|DB|}{|EB|}$$

$$\frac{|CB|}{18} = \frac{42}{27}$$

$$27 \cdot |CB| = 18 \cdot 42$$

$$|CB| = \frac{{}^{2}\cancel{18} \cdot \cancel{42}^{14}}{\cancel{27}\ \cancel{3}_{1}}$$

$$|CB| = 28$$



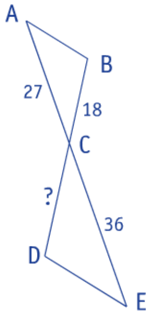
$$\frac{|CB|}{|DB|} = \frac{|AC|}{|ED|}$$

$$\frac{|CB|}{42} = \frac{24}{36}$$

$$36 \cdot |CB| = 24 \cdot 42$$

$$|CB| = \frac{{}^{2}\cancel{24} \cdot \cancel{42}^{14}}{\cancel{36}\ \cancel{3}_{1}}$$

$$|CB| = 28$$



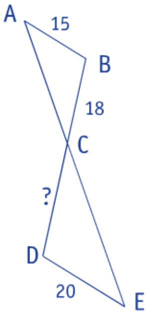
$$\frac{|DC|}{|CE|} = \frac{|CB|}{|CA|}$$

$$\frac{|DC|}{36} = \frac{18}{27}$$

$$27 \cdot |DC| = 18 \cdot 36$$

$$|DC| = \frac{{}^{2}\cancel{18} \cdot \cancel{36}^{12}}{\cancel{27}\ \cancel{3}_{1}}$$

$$|DC| = 24$$



$$\frac{|DC|}{|CB|} = \frac{|DE|}{|BA|}$$

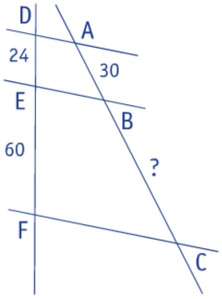
$$\frac{|DC|}{18} = \frac{20}{15}$$

$$15 \cdot |DC| = 18 \cdot 20$$

$$|DC| = \frac{{}^{6}\cancel{18} \cdot \cancel{20}^{4}}{\cancel{15}\ \cancel{3}_{1}}$$

$$|DC| = 24$$

Si cela est possible, détermine la longueur inconnue par résolution d'une équation obtenue par Thalès. Dans le cas contraire, utilise une équation obtenue par la théorie des triangles semblables.



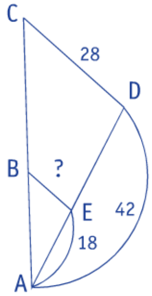
$$\frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AB|}{|DE|}$$

$$\frac{|BC|}{60} = \frac{30}{24}$$

$$24 \cdot |BC| = 60 \cdot 30$$

$$|BC| = \frac{{}^{5}\cancel{60} \cdot \cancel{30}^{15}}{\cancel{24}\ \cancel{2}_{1}}$$

$$|BC| = 75$$



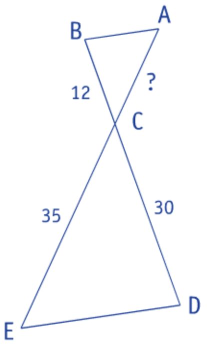
$$\frac{|BE|}{|CD|} = \frac{|AE|}{|AD|}$$

$$\frac{|BE|}{28} = \frac{18}{42}$$

$$42 \cdot |BE| = 18 \cdot 28$$

$$|BE| = \frac{{}^{6}\cancel{18} \cdot \cancel{28}^{2}}{\cancel{42}\ \cancel{3}_{1}}$$

$$|BE| = 12$$



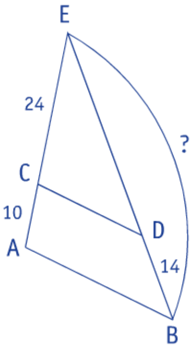
$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|EC|}{|DC|}$$

$$\frac{|AC|}{12} = \frac{35}{30}$$

$$30 \cdot |AC| = 12 \cdot 35$$

$$|AC| = \frac{{}^{2}\cancel{12} \cdot \cancel{35}^{7}}{\cancel{30}\ \cancel{5}_{1}}$$

$$|AC| = 14$$



$$\frac{|EB|}{|EA|} = \frac{|DB|}{|CA|}$$

$$\frac{|EB|}{34} = \frac{14}{10}$$

$$10 \cdot |EB| = 14 \cdot 34$$

$$|EB| = \frac{{}^{7}\cancel{14} \cdot 34}{\cancel{10}\ 5}$$

$$|EB| = \frac{238}{5}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

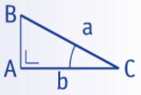
Section 8 • Trigonométrie

Fiche 8.1 Nombres trigonométriques

1) Formules de trigonométrie

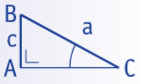
Le **cosinus** d'un angle aigu d'un triangle rectangle est égal au rapport entre la longueur du côté de l'angle droit **adjacent** à l'angle et celle de **l'hypoténuse**.

$\cos C = \frac{b}{a}$



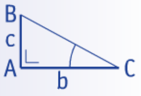
Le **sinus** d'un angle aigu d'un triangle rectangle est égal au rapport entre la longueur du côté de l'angle droit **opposé** à l'angle et celle de **l'hypoténuse**.

$\sin C = \frac{c}{a}$

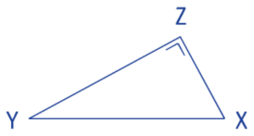


La **tangente** d'un angle aigu d'un triangle rectangle est égale au rapport entre la longueur du côté de l'angle droit **opposé** à l'angle et celle du côté de l'angle droit **adjacent** à l'angle.

$\tan C = \frac{c}{b}$



Complète les phrases suivantes.

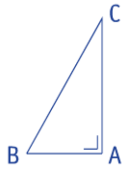


Dans le triangle XYZ rectangle en Z, l'hypoténuse est le côté *[XY]* .

Par rapport à l'angle de sommet X :

le côté de l'angle droit adjacent est le segment *[XZ]* et

le côté de l'angle droit opposé est le segment *[YZ]* .



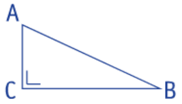
Dans le triangle ABC rectangle en A, le côté [BC] est *l'hypoténuse* .

Par rapport à l'angle de sommet C :

[AB] est le côté de l'angle droit *opposé* et

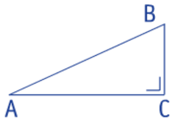
[AC] est le côté de l'angle droit *adjacent* .

Complète les formules si tu sais que les triangles sont rectangles.

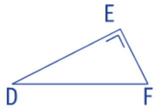


$\cos B = \frac{| CB |}{| AB |}$ $\sin B = \frac{| AC |}{| AB |}$ $\mathrm{tg}\ B = \frac{| AC |}{| BC |}$

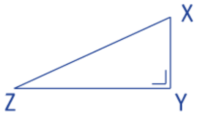
$\mathrm{tg}\ Y = \frac{| XZ |}{| XY |}$ $\cos Y = \frac{| XY |}{| YZ |}$ $\sin Y = \frac{| XZ |}{| YZ |}$



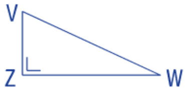
$\cos A = \frac{|AC|}{|AB|}$ $\sin B = \frac{|AC|}{|AB|}$ $\mathrm{tg}\ B = \frac{|AC|}{|BC|}$



$\sin F = \frac{|DE|}{|DF|}$ $\mathrm{tg}\ D = \frac{|EF|}{|DE|}$ $\cos F = \frac{|EF|}{|DF|}$



$\mathrm{tg}\ X = \frac{|ZY|}{|XY|}$ $\cos Z = \frac{|YZ|}{|XZ|}$ $\sin Z = \frac{|XY|}{|XZ|}$



$\sin V = \frac{|ZW|}{|VW|}$ $\cos V = \frac{|VZ|}{|VW|}$ $\mathrm{tg}\ W = \frac{|VZ|}{|WZ|}$