Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 2.4 Équations « produit nul »

1) Règle du produit nul

Un produit de facteurs est nul	$a \,.\, b = 0$
$\Updownarrow$	$\Updownarrow$
au moins un des facteurs est nul.	$a = 0$ ou $b = 0$

Complète.

Dans le produit $(x + 2) \,.\, (x - 3)$,

le 1er facteur $x + 2$ est nul si x vaut -2

le 2e facteur $x - 3$ est nul si x vaut 3

Dans le produit $3x \,.\, (x - 7)$,

le 1er facteur $3x$ est nul si x vaut 0

le 2e facteur $x - 7$ est nul si x vaut 7

Dans le produit $(2x - 1) \,.\, (x + 1)$,

le 1er facteur $2x - 1$ est nul si x vaut $0,5$

le 2e facteur $x + 1$ est nul si x vaut -1

Dans le produit $(5 - x) \,.\, x$,

le 1er facteur $5 - x$ est nul si x vaut 5

le 2e facteur x est nul si x vaut 0

Entoure le(s) nombre(s) réel(s) qui vérifie(nt) chaque égalité.

$(x + 4) \,.\, (x - 6) = 0$	4	−6	$\boxed{6}$	$\boxed{-4}$
$2x \,.\, (9 - x) = 0$	2	$\boxed{9}$	−9	$\boxed{0}$
$(x - 5)^2 = 0$	0	$\boxed{5}$	−5	1/5
$(3x - 6) \,.\, (1 - x) = 0$	−1	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	−2

2) Résolution d'une équation « produit »

Pour résoudre une équation « produit », on applique la règle du produit nul.

$$(x - 5) \,.\, (2x + 6) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 5 = 0 \text{ ou } 2x + 6 = 0$$
$$x = 5 \text{ ou } x = -3$$
$$S = \{5\,,\,-3\}$$

Résous les équations suivantes en appliquant la règle du produit nul.

$(x + 4) \,.\, (x - 3) = 0$

$\Updownarrow$

$x + 4 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$x = -4$ ou $x = 3$

$S = \{-4\,,\,3\}$

$(2x - 4) \,.\, (x + 1) = 0$

$\Updownarrow$

$2x - 4 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$x = 2$ ou $x = -1$

$S = \{2\,,\,-1\}$

$(6 + 3x) \,.\, (5x - 10) = 0$

$\Updownarrow$

$6 + 3x = 0$ ou $5x - 10 = 0$

$x = -2$ ou $x = 2$

$S = \{-2\,,\,2\}$

$(5 + 2x) \,.\, (3x - 5) = 0$

$\Updownarrow$

$5 + 2x = 0$ ou $3x - 5 = 0$

$x = \frac{-5}{2}$ ou $x = \frac{5}{3}$

$S = \left\{\frac{-5}{2}\,,\,\frac{5}{3}\right\}$

$x \,.\, (x - 3) = 0$

$\Updownarrow$

$x = 0$ ou $x - 3 = 0$

$x = 0$ ou $x = 3$

$S = \{0\,,\,3\}$

$(x - 5) \,.\, 2x = 0$

$\Updownarrow$

$x - 5 = 0$ ou $2x = 0$

$x = 5$ ou $x = 0$

$S = \{5\,,\,0\}$

Cas particuliers

$$4 \,.\, (x + 3) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$4 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0$$
$$\text{Impossible} \quad \text{ou} \quad x = -3$$
$$S = \{-3\}$$

$$(x - 4)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 4 = 0$$
$$x = 4$$
$$S = \{4\}$$

Résous les équations suivantes en tenant compte des cas particuliers ci-dessus.

$(x - 7)^2 = 0$

$\Updownarrow$

$x - 7 = 0$

$x = 7$

$S = \{7\}$

$2 \,.\, (3x + 1) = 0$

$\Updownarrow$

$3x + 1 = 0$

$x = \dfrac{-1}{3}$

$S = \left\{\dfrac{-1}{3}\right\}$

$2x \,.\, (3x + 12)^2 = 0$

$\Updownarrow$

$2x = 0$ ou $3x + 12 = 0$

$x = 0$ ou $x = -4$

$S = \{0, -4\}$

3) Équations de degré supérieur à 1

Retrouve les équations du premier degré et celles du second degré. Parmi les équations du second degré, repère celles qui se présentent sous la forme d'un « produit nul ».

Équation	Degré 1 ou 2	Produit nul oui ou non
$x^2 + 2x + 1 = 0$	2	non
$(x - 3) \,.\, (x + 1) = 0$	2	oui
$3x - 5 = 0$	1	non
$2x + 1 = 3x - 4$	1	non
$5x^2 - 4 = 2x$	2	non

Équation	Degré 1 ou 2	Produit nul oui ou non
$3x + 7 = x^2$	2	non
$5x - 2 = -4$	1	non
$(x + 1)^2 = 0$	2	oui
$x^2 - 1 = 0$	2	non
$x \,.\, (x - 2) = 0$	2	oui

Marche à suivre pour résoudre une équation de degré supérieur à 1

Transformer l'équation en une équation équivalente dont un des membres est nul.

$$x^3 = 16x$$
$$x^3 - 16x = 0$$

Factoriser le membre non nul afin d'obtenir, si possible, des facteurs du premier degré.

$$x \,.\, (x^2 - 16) = 0$$
$$x \,.\, (x + 4) \,.\, (x - 4) = 0$$
$$\Updownarrow$$

Appliquer la règle du produit nul et résoudre séparément chaque équation.

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -4 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

Écrire l'ensemble des solutions.

$$S = \{0, -4, 4\}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Utilise la méthode décrite précédemment pour résoudre les équations suivantes.

$x^2 = -5x$

$$x^2 + 5x = 0$$
$$x \cdot (x + 5) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = 0 \text{ ou } x + 5 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } \quad x = -5$$
$$S = \{0\ ,\ -5\}$$

$4x^2 = 9$

$$4x^2 - 9 = 0$$
$$(2x + 3).(2x - 3) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$2x + 3 = 0 \quad \text{ou } 2x - 3 = 0$$
$$x = \frac{-3}{2} \text{ ou } \quad x = \frac{3}{2}$$
$$S = \left\{\frac{-3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

$2x^2 = 5x$

$$2x^2 - 5x = 0$$
$$x \cdot (2x - 5) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = 0 \text{ ou } 2x - 5 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } \quad x = \frac{5}{2}$$
$$S = \left\{0, \frac{5}{2}\right\}$$

$x^2 = -6x - 9$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$
$$(x + 3)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x + 3 = 0$$
$$x = -3$$
$$S = \{-3\}$$

$5x^2 = 10x - 5$

$$5x^2 - 10x + 5 = 0$$
$$5 \cdot (x^2 - 2x + 1) = 0$$
$$5 \cdot (x - 1)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 1 = 0$$
$$x = 1$$
$$S = \{1\}$$

$3x^3 - 27x = 0$

$$3x \cdot (x^2 - 9) = 0$$
$$3x \cdot (x + 3) \cdot (x - 3) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$3x = 0 \text{ ou } x + 3 = 0 \quad \text{ou } x - 3 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } \quad x = -3 \text{ ou } \quad x = 3$$
$$S = \{0\ ,\ -3\ ,\ 3\}$$

$2x^2 = 12x - 18$

$$2x^2 - 12x + 18 = 0$$
$$2 \cdot (x^2 - 6x + 9) = 0$$
$$2 \cdot (x - 3)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 3 = 0$$
$$x = 3$$
$$S = \{3\}$$

$x^3 = 4x$

$$x^3 - 4x = 0$$
$$x \cdot (x^2 - 4) = 0$$
$$x \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = 0 \text{ ou } x + 2 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } \quad x = -2 \text{ ou } \quad x = 2$$
$$S = \{0\ ,\ 2\ ,\ -2\}$$

$27x^3 = 18x^2 - 3x$

$$27x^3 - 18x^2 + 3x = 0$$
$$3x \cdot (9x^2 - 6x + 1) = 0$$
$$3x \cdot (3x - 1)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$3x = 0 \text{ ou } \ 3x - 1 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } \quad x = \frac{1}{3}$$
$$S = \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$$

$3x^2 - 6x = -3$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$
$$3 \cdot \left(x^2 - 2x + 1\right) = 0$$
$$3 \cdot (x - 1)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 1 = 0$$
$$x = 1$$
$$S = \{1\}$$

$(x - 3)^2 = 4$

$$(x - 3)^2 - 4 = 0$$
$$(x - 3 + 2) \cdot (x - 3 - 2) = 0$$
$$(x - 1) \cdot (x - 5) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 1 = 0 \text{ ou } x - 5 = 0$$
$$x = 1 \text{ ou } \quad x = 5$$
$$S = \{1\ ,\ 5\}$$

$x^3 + 2x^2 + x = 0$

$$x \cdot \left(x^2 + 2x + 1\right) = 0$$
$$x \cdot (x + 1)^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = 0 \text{ ou } x + 1 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } \quad x = -1$$
$$S = \{0\ ,\ -1\}$$

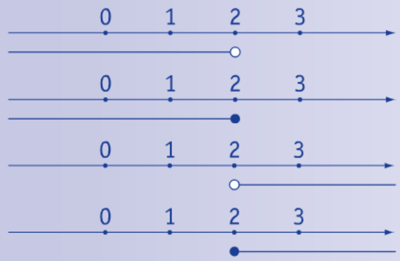
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 2.5 Inéquations

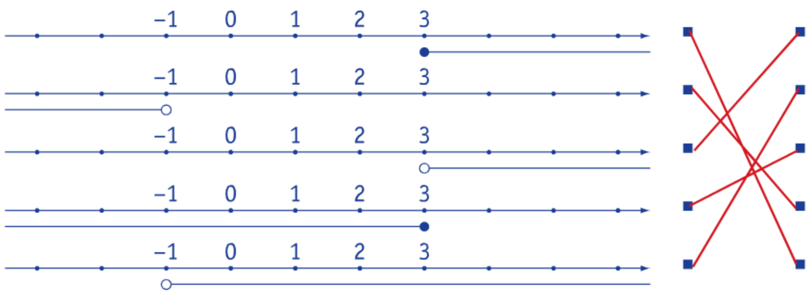
1) Solutions d'une inéquation

Une inéquation possède plusieurs solutions. Ces solutions peuvent être représentées sur une droite graduée.

	Représentation	Notation
x < 2		S = ← ; 2 [
x ⩽ 2		S = ← ; 2]
x > 2		S =] 2 ; →
x ⩾ 2		S = [2 ; →



Associe chaque représentation à sa notation.



S =] 3 ; →

S =] −1 ; →

S = ← ; 3]

S = ← ; −1 [

S = [3 ; →

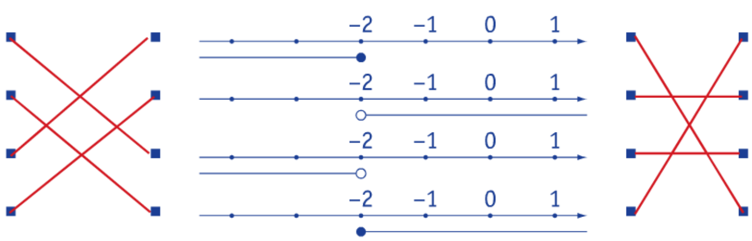
Associe chaque inéquation à la représentation graphique de ses solutions et à sa notation.

x < −2

x ⩾ −2

x ⩽ −2

x > −2



S = [−2 ; →

S =] −2 ; →

S = ← ; −2 [

S = ← ; −2]

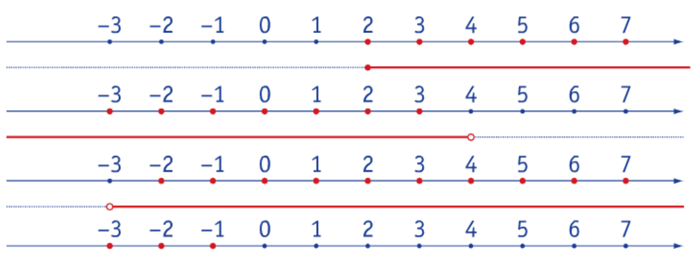
Sur la droite, marque en couleur les points d'abscisses entières qui répondent à la condition imposée; ensuite, représente sur la ligne en pointillés tous les nombres vérifiant cette condition.

x ⩾ 2

x < 4

x > −3

x ⩽ −1



Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

2) Propriétés des inégalités

Dans chaque cas, écris une nouvelle inégalité; ensuite, entoure les exemples où le sens de l'inégalité a changé.

$6 > -3 \xrightarrow{+2} \mathit{8 > -1}$ $6 > -3 \xrightarrow{-5} \mathit{1 > -8}$ $6 > -3 \xrightarrow{:(-3)} \mathit{-2 < 1}$ $6 > -3 \xrightarrow{.(-2)} \mathit{-12 < 6}$ $6 > -3 \xrightarrow{.4} \mathit{24 > -12}$

En utilisant les exemples ci-dessus, dis pour quels types d'opérations une inégalité change de sens.

Une inégalité change de sens lorsqu'on multiplie (divise) ses deux membres par un nombre strictement négatif.

Dans chaque cas, écris une nouvelle inégalité en respectant la consigne.

$a < b \xrightarrow{+3} \mathit{a+3 < b+3}$ $a > b \xrightarrow{.2} \mathit{2a > 2b}$ $3a < 6b \xrightarrow{:(-3)} \mathit{-a > -2b}$ $a > b \xrightarrow{-5} \mathit{a-5 > b-5}$

3) Résolutions d'inéquations élémentaires

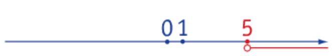
La résolution d'inéquations élémentaires conduit à trois types de neutralisations :

un terme « gêneur »	un facteur positif « gêneur »	un facteur négatif « gêneur »
$x + 2 < 6 \xrightarrow{-2} x < 4$	$3x > -6 \xrightarrow{:3} x > -2$	$-2x \leqslant 8 \xrightarrow{:(-2)} x \geqslant -4$

Une inéquation **change de sens** dans le seul cas où on multiplie ou divise les deux membres par un même **facteur négatif**.

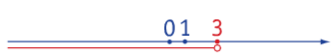
Résous chaque inéquation en indiquant à côté des flèches la manière dont tu as neutralisé le nombre « gêneur ». Représente et note l'ensemble des solutions.

$x + 2 > 7 \xrightarrow{-2} \mathit{x > 5}$



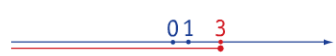
S = *]5 ; →*

$4x < 12 \xrightarrow{:4} \mathit{x < 3}$



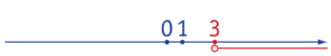
S = *← ; 3[*

$-2x \geqslant -6 \xrightarrow{:(-2)} \mathit{x \leqslant 3}$



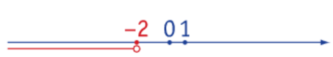
S = *← ; 3]*

$-5 + x > -2 \xrightarrow{+5} \mathit{x > 3}$



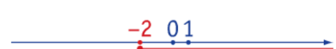
S = *]3 ; →*

$-3x > 6 \xrightarrow{:(-3)} \mathit{x < -2}$



S = *← ; −2[*

$-4x \leqslant 8 \xrightarrow{:(-4)} \mathit{x \geqslant -2}$



S = *[−2 ; →*

4) Résolutions d'inéquations non élémentaires

a) Inéquations avec un terme et un facteur « gêneurs »

Résous chaque inéquation en indiquant à côté des flèches la manière dont tu as neutralisé le nombre « gêneur » à chaque étape. Représente et note l'ensemble des solutions.

$3x + 4 < 7$	$-2x + 6 \leqslant 12$	$-x + 5 > -3$
-4 ⟶ $3x < 3$ ⟵ -4	-6 ⟶ $-2x \leqslant 6$ ⟵ -6	-5 ⟶ $-x > -8$ ⟵ -5
$:3$ ⟶ $x < 1$ ⟵ $:3$	$:(-2)$ ⟶ $x \geqslant -3$ ⟵ $:(-2)$	$:(-1)$ ⟶ $x < 8$ ⟵ $:(-1)$

S = ← ; 1[

S = [−3 ; →

S = ← ; 8[

$-4 + 3x \geqslant 5$	$-3 - 2x \leqslant 2$	$2 - x < 8$
$+4$ ⟶ $3x \geqslant 9$ ⟵ $+4$	$+3$ ⟶ $-2x \leqslant 5$ ⟵ $+3$	-2 ⟶ $-x < 6$ ⟵ -2
$:3$ ⟶ $x \geqslant 3$ ⟵ $:3$	$:(-2)$ ⟶ $x \geqslant \frac{-5}{2}$ ⟵ $:(-2)$	$:(-1)$ ⟶ $x > -6$ ⟵ $:(-1)$

S = [3 ; →

S = $\left[\frac{-5}{2}\right.$; →

S =]−6 ; →

> Remarque
> Si l'**inconnue** est dans le membre de **droite**, tu peux la ramener dans le membre de gauche en « **retournant** » toute l'inégalité avant de commencer la résolution.
>
> *Exemples*
>
> | | |
> |---|---|
> | $5 > 2x + 3$ | $9 < -2x + 5$ |
> | $2x + 3 < 5$ | $-2x + 5 > 9$ |
> | $2x < 2$ | $-2x > 4$ |
> | $x < 1$ | $x > -2$ |

Résous les inéquations suivantes.

$-4 \geqslant 5x - 9$	$3 \leqslant -2x + 6$	$1 < 3x - 1$
$5x - 9 \leqslant -4$	$-2x + 6 \geqslant 3$	$3x - 1 > 1$
$5x \leqslant 5$	$-2x \geqslant -3$	$3x > 2$
$x \leqslant 1$	$x \leqslant \frac{3}{2}$	$x > \frac{2}{3}$
$5 + 6x \leqslant -7$	$-4x + 3 > 5$	$7 < -3 + 5x$
$6x \leqslant -12$	$-4x > 2$	$-3 + 5x > 7$
$x \leqslant -2$	$x < \frac{-1}{2}$	$5x > 10$
		$x > 2$

$8 + 2x \geqslant 12$
$2x \geqslant 4$
$x \geqslant 2$

$-3 \leqslant -4x + 5$
$-4x + 5 \geqslant -3$
$-4x \geqslant -8$
$x \leqslant 2$

$8 > 7 - 3x$
$7 - 3x < 8$
$-3x < 1$
$x > \frac{-1}{3}$

b) Inéquations du type ax + b < cx + d

Pour résoudre ce type d'inéquations, il faut effectuer des neutralisations successives pour obtenir une inéquation de la forme ax < b.

Exemples ou

$-x$, $+7$: $3x - 7 > x + 3$ → $3x - x > 3 + 7$: $-x$, $+7$
$: 2$: $2x > 10$ → $x > 5$: $: 2$

$-2x$, -4 : $-5x + 4 \leqslant 2x - 3$ → $-5x - 2x \leqslant -3 - 4$: $-2x$, -4
$:(-7)$: $-7x \leqslant -7$ → $x \geqslant 1$: $:(-7)$

$+5x$, $+3$: $-5x + 4 \leqslant 2x - 3$ → $4 + 3 \leqslant 2x + 5x$: $+5x$, $+3$
$: 7$: $7 \leqslant 7x$ → $1 \leqslant x$: $: 7$

Résous les inéquations suivantes.

$5x - 2 \leqslant 2x + 3$
$5x - 2x \leqslant 3 + 2$
$3x \leqslant 5$
$x \leqslant \frac{5}{3}$

$2x + 6 < 3x - 4$
$6 + 4 < 3x - 2x$
$10 < x$

$4x - 3 > 2x - 7$
$4x - 2x > -7 + 3$
$2x > -4$
$x > -2$

$2 + 5x \geqslant -2 + 6x$
$2 + 2 \geqslant 6x - 5x$
$4 \geqslant x$

$5x + 5 > -2x - 1$
$5x + 2x > -1 - 5$
$7x > -6$
$x > \frac{-6}{7}$

$-3x - 1 \geqslant 5x - 2$
$-1 + 2 \geqslant 5x + 3x$
$1 \geqslant 8x$
$\frac{1}{8} \geqslant x$

c) Inéquations avec dénominateurs

Résous les inéquations suivantes.

$\frac{2x - 1}{3} \leqslant \frac{x - 2}{4}$
$\frac{4 \,.\, (2x - 1)}{12} \leqslant \frac{3 \,.\, (x - 2)}{12}$
$8x - 4 \leqslant 3x - 6$
$8x - 3x \leqslant -6 + 4$
$5x \leqslant -2$
$x \leqslant \frac{-2}{5}$

$\frac{3x - 2}{5} - \frac{x - 3}{2} > 0$
$\frac{2 \,.\, (3x - 2) - 5 \,.\, (x - 3)}{10} > \frac{0}{10}$
$6x - 4 - 5x + 15 > 0$
$x + 11 > 0$
$x > -11$

$\frac{x - 3}{2} - \frac{x - 1}{6} \geqslant \frac{1}{3}$
$\frac{3 \,.\, (x - 3) - (x - 1)}{6} \geqslant \frac{2 \,.\, 1}{6}$
$3x - 9 - x + 1 \geqslant 2$
$2x - 8 \geqslant 2$
$2x \geqslant 10$
$x \geqslant 5$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 2.6 Équations du premier degré à 2 inconnues

1) Solutions d'une équation du premier degré à 2 inconnues

Une équation du premier degré à deux inconnues possède une **infinité de solutions**.
Chaque solution est un **couple** de réels (x ; y) qui vérifient l'égalité.
L'ensemble des couples solutions sont les coordonnées des points d'une **droite**.

Exemple

Les solutions de l'équation $2x + 3y + 4 = 0$ sont les couples de réels (x ; y) qui vérifient cette équation.

(1 ; −2) est solution car

$$2 . 1 + 3 . (-2) + 4 = 0$$
$$2 - 6 + 4 = 0$$
$$0 = 0$$

(4 ; −3) n'est pas solution car

$$2 . 4 + 3 . (-3) + 4 \neq 0$$
$$8 - 9 + 4 \neq 0$$
$$3 \neq 0$$

Note V (vrai) ou F (faux) selon que le couple proposé est ou n'est pas solution de l'équation donnée.

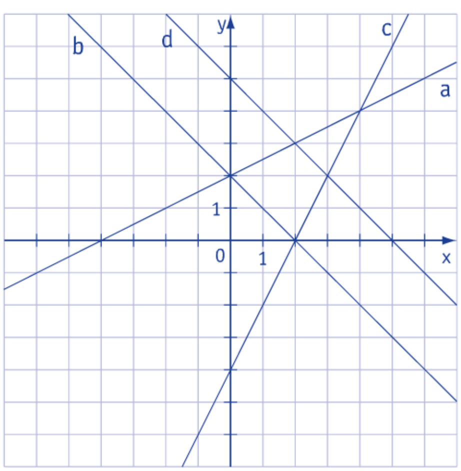
Couple	Solution de l'équation	V / F
(1 ; 2)	$2x - 3y + 4 = 0$	*V*
(2 ; 1)	$3x - 2y + 1 = 0$	*F*
(−2 ; 0)	$y = 3x + 6$	*V*
(−1 ; 2)	$4x + 2y = 0$	*V*

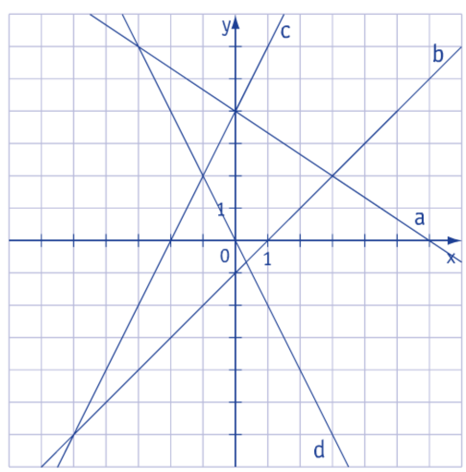
Couple	Solution de l'équation	V / F
(3 ; −2)	$-5x = 7y$	*F*
(0 ; 5)	$-x + 2y = -10$	*F*
(4 ; −6)	$-3y - 12 = 4x$	*V*
(−1 ; −4)	$2y - x = 2$	*F*

Associe chaque équation à la droite représentant l'ensemble de ses solutions.

$y + x - 5 = 0$	a
$y - 2x + 4 = 0$	b
$x + y - 2 = 0$	c
$x - 2y + 4 = 0$	d

$2x + 3y - 12 = 0$	d
$x - y - 1 = 0$	c
$y - 2x = 4$	a
$y + 2x = 0$	b





Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

2) Représentation graphique

L'ensemble des couples solutions d'une équation du premier degré à deux inconnues sont les coordonnées des points d'une **droite**.

Pour représenter cette droite, il suffit de trouver deux couples solutions. On cherche souvent les **points d'intersection** avec les **axes** y et x en posant **x = 0** et **y = 0**.

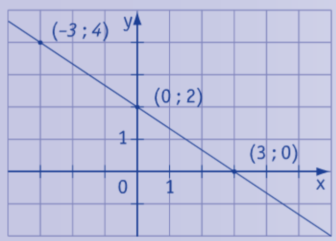
On peut vérifier graphiquement l'appartenance d'un troisième point à cette droite.

Exemples

$2x + 3y - 6 = 0$

x	0	3		*–3*
y	2	0		*4*

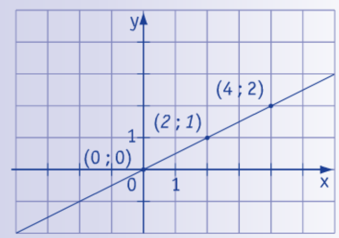
Les points d'intersection avec les axes permettent de représenter la droite.



$x - 2y = 0$

x	0	4		*2*
y	0	2		*1*

La droite passant par (0 ; 0), il faut un point supplémentaire pour représenter la droite.



Associe chaque équation au tableau contenant trois couples solutions.

$x + y - 4 = 0$

$x + 2y + 4 = 0$

$x - 2y = 0$

$4y = 2x - 8$

$10x = 5y$

$6x - 2y = 3$

x	0	3	6
y	0	1,5	3

x	0	4	6
y	4	0	–2

x	0	–4	6
y	–2	0	–5

x	0	0,5	6
y	0	1	12

x	0	4	6
y	–2	0	1

x	0	0,5	–0,5
y	–1,5	0	–3

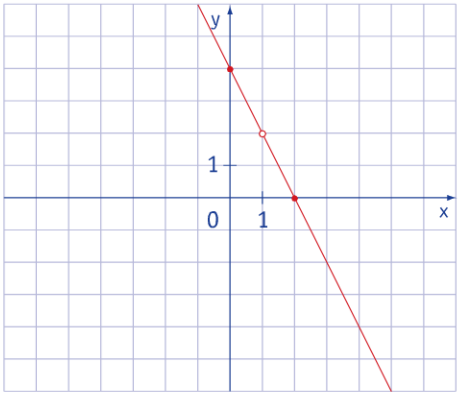
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Complète le tableau et représente l'ensemble des solutions de chaque équation.

$2x + y - 4 = 0$

x	*0*	*2*
y	*4*	*0*

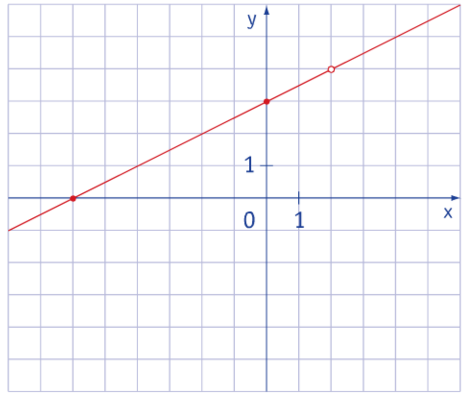
1
2



$x = 2y - 6$

x	*0*	*−6*
y	*3*	*0*

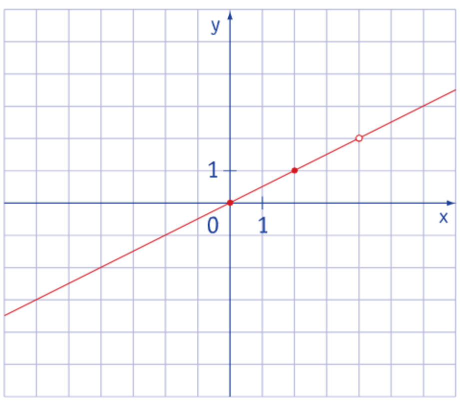
2
4



$x - 2y = 0$

x	*0*	*2*
y	*0*	*1*

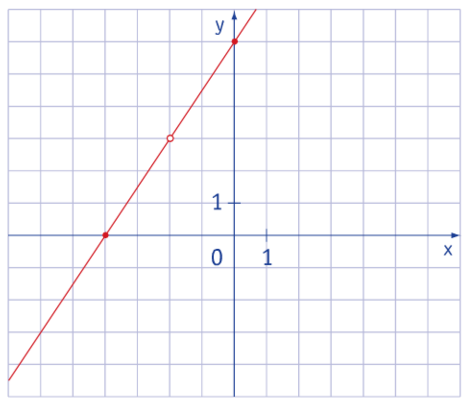
4
2



$3x - 2y + 12 = 0$

x	*0*	*−4*
y	*6*	*0*

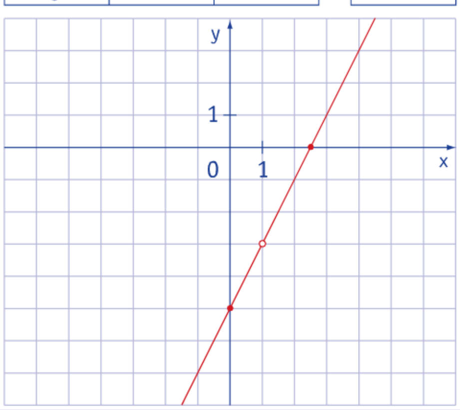
−2
3



$y - 2x + 5 = 0$

x	*0*	*2,5*
y	*−5*	*0*

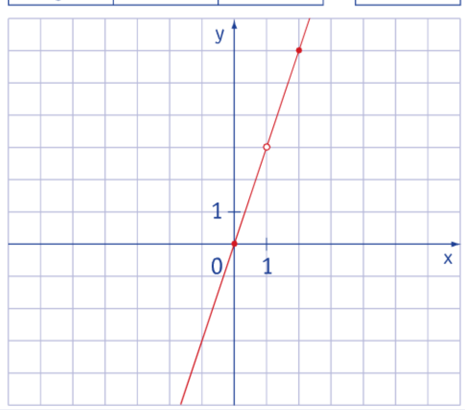
1
−3



$6x - 2y = 0$

x	*0*	*2*
y	*0*	*6*

1
3



Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 2.7 Systèmes de 2 équations du premier degré à 2 inconnues

1) Solution graphique d'un système

Pour résoudre graphiquement un système de 2 équations du premier degré à 2 inconnues :

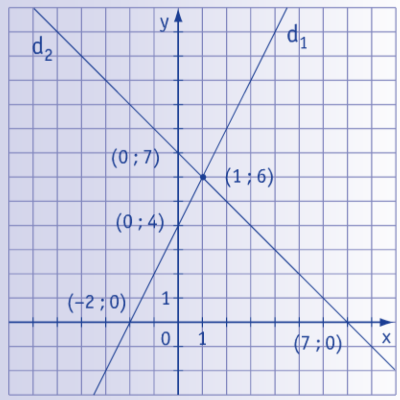
- on trace les **droites d_1** et **d_2** qui représentent les **solutions** de **chaque équation** ;
- on détermine les **coordonnées** du **point d'intersection** des 2 droites.

Exemple

$$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

x	0	–2
y	4	0

x	0	7
y	7	0



Le couple (1 ; 6) est solution du système.
En effet,

$$2 \cdot 1 - 6 + 4 = 0 \quad \text{et} \quad 1 + 6 - 7 = 0$$
$$2 - 6 + 4 = 0 \qquad\qquad 7 - 7 = 0$$
$$0 = 0 \qquad\qquad 0 = 0$$

Détermine graphiquement la solution des systèmes suivants.

x – y + 3= 0

x	*0*	*–3*
y	*3*	*0*

x + y + 1 = 0

x	*0*	*–1*
y	*–1*	*0*

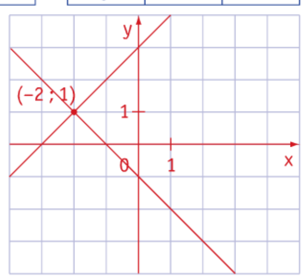
4x – 2y – 8 = 0

x	*0*	*2*
y	*–4*	*0*

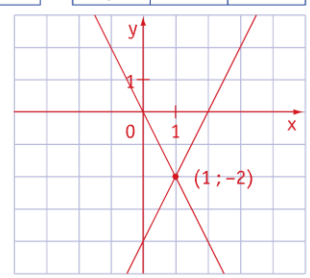
2x + y = 0

x	*0*	*1*
y	*0*	*–2*

$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x - 2y - 8 = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$



x + y + 3= 0

x	*0*	*–3*
y	*–3*	*0*

x – 2y = 0

x	*0*	*2*
y	*0*	*1*

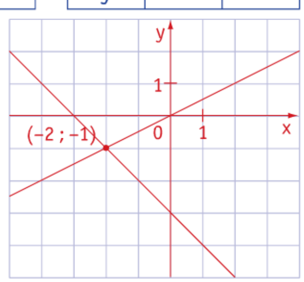
2x + y – 4 = 0

x	*0*	*2*
y	*4*	*0*

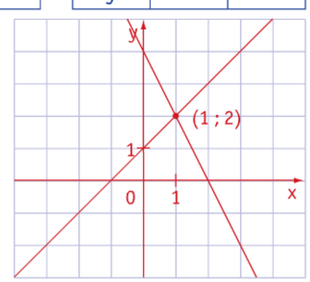
x – y = –1

x	*0*	*–1*
y	*1*	*0*

$$\begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$$



2) Solution algébrique

Méthode de substitution

Exemple résolu

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

On exprime une des inconnues en fonction de l'autre en utilisant une des 2 équations.

$$\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

Dans l'autre équation, on remplace cette inconnue par l'expression trouvée.

$$\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 2 \,.\, (2y + 5) + 3y = 3 \end{cases}$$

On résout l'équation à une inconnue ainsi obtenue.

$2 \,.\, (2y + 5) + 3y = 3$

$4y + 10 + 3y = 3$

$7y + 10 = 3$

$7y = -7$

$y = -1$

$$\begin{cases} x = 2y + 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

On introduit la valeur trouvée dans l'autre équation.

$$\begin{cases} x = 2 \,.\, (-1) + 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

On détermine la valeur de la seconde inconnue.

$x = 2 \,.\, (-1) + 5$

$x = -2 + 5$

$x = 3$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

La solution du système est le couple (3 ; −1).

On note S = {(3 ; −1)}

Complète la résolution des systèmes ci-dessous.

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \mathbf{5 - 3x} \\ x - 2 \,.\, (\mathbf{5 - 3x}) = 4 \end{cases}$$

Résoudre cette équation en x

$x - 2 \,.\, (5 - 3x) = 4$

$x - 10 + 6x = 4$

$7x - 10 = 4$

$7x = 14$

$x = 2$

$$\begin{cases} y = \mathbf{5 - 3x} \\ x = \mathbf{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \mathbf{5 - 3 \,.\, 2} \\ x = \mathbf{2} \end{cases}$$

Déterminer la valeur de y

$y = 5 - 3 \,.\, 2$

$y = 5 - 6$

$y = -1$

$$\begin{cases} y = \mathbf{-1} \\ x = \mathbf{2} \end{cases}$$

S = {(**2** ; **−1**)}

Vérification

$3x + y = 5$	$x - 2y = 4$
$3 \,.\, 2 + (-1) = 5$	$2 - 2 \,.\, (-1) = 4$
$5 = 5$	$4 = 4$

37

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - 3y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 1 \\ 2 . (\quad y - 1 \quad) - 3y = -3 \end{cases}$$

Résoudre cette équation en y

$2 . (y - 1) - 3y = -3$

$2y - 2 - 3y = -3$

$-y - 2 = -3$

$-y = -1$

$y = 1$

$$\begin{cases} x = y - 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Déterminer la valeur de x

$x = 1 - 1$

$x = 0$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

S = {(0 ; 1)}

Vérification $x - y + 1 = 0$ $\qquad$ $2x - 3y = -3$

$0 - 1 + 1 = 5$ $\qquad$ $2 . 0 - 3 . 1 = -3$

$0 = 0$ $\qquad$ $-3 = -3$

Résous les systèmes suivants.

$$\begin{cases} -3x + y - 1 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x - 2 . (3x + 1) - 3 = 0 \end{cases}$$

Résoudre cette équation en x

$x - 2 . (3x + 1) - 3 = 0$

$x - 6x - 2 - 3 = 0$

$- 5x - 5 = 0$

$- 5x = 5$

$x = -1$

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 . (-1) + 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Déterminer la valeur de y

$y = 3 . (-1) + 1$

$y = -3 + 1$

$y = -2$

$$\begin{cases} y = -2 \\ x = -1 \end{cases}$$

S = {(−1 ; −2)}

$$\begin{cases} 3x = y \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ x - 2 . 3x - 5 = 0 \end{cases}$$

Résoudre cette équation en x

$x - 2 . 3x - 5 = 0$

$x - 6x - 5 = 0$

$-5x - 5 = 0$

$-5x = 5$

$x = -1$

$$\begin{cases} y = 3x \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 . (-1) \\ x = -1 \end{cases}$$

Déterminer la valeur de y

$y = 3 . (-1)$

$y = -3$

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

S = {(−1 ; −3)}

$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x - 5y = -5 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ 4 . (1 + 2y) - 5y = -5 \end{cases}$

Résoudre cette équation en y

$4 . (1 + 2y) - 5y = -5$
$4 + 8y - 5y = -5$
$4 + 3y = -5$
$3y = -9$
$y = -3$

$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ y = -3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + 2 . (-3) \\ y = -3 \end{cases}$

Déterminer la valeur de x

$x = 1 + 2 . (-3)$
$x = 1 - 6$
$x = -5$

$\begin{cases} x = -5 \\ y = -3 \end{cases}$

S = {(−5 ; −3)}

$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2 + 2x \\ 3x - 2 . (2 + 2x) = 7 \end{cases}$

Résoudre cette équation en x

$3x - 2 . (2 + 2x) = 7$
$3x - 4 - 4x = 7$
$-x - 4 = 7$
$-x = 11$
$x = -11$

$\begin{cases} y = 2 + 2x \\ x = -11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2 + 2 . (-11) \\ x = -11 \end{cases}$

Déterminer la valeur de y

$y = 2 + 2 . (-11)$
$y = 2 - 22$
$y = -20$

$\begin{cases} y = -20 \\ x = -11 \end{cases}$

S = {(−11 ; −20)}

Méthode des combinaisons (méthode de Gauss)

Exemple résolu

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} . 3 \\ . 2 \end{vmatrix}$$

On multiplie les deux équations par des réels différents pour que les coefficients d'une des inconnues soient **opposés**.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 15 \\ 4x + 6y = 6 \end{cases}$$
$$7x \quad = 21$$

On conserve une des deux équations et on remplace l'autre par la somme membre à membre des deux équations.

$7x = 21$ $\qquad$ $x - 2y = 5$

On résout l'équation à une inconnue ainsi obtenue.

On introduit la valeur trouvée dans l'autre équation.

$x = 3$ $\longrightarrow$ $3 - 2y = 5$

On détermine la valeur de la seconde inconnue.

$-2y = 5 - 3$
$y = -1$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Complète la résolution des systèmes ci-dessous.

$\begin{cases} x - y = 3 & \vert\ .\,2 \\ -2x + 4y = -2 & \vert\ .\,1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ -2x + 4y = -2 \end{cases}$

$2y = 4$ — $x - y = 3$

$y = 2 \longrightarrow x - 2 = 3$

$x = 5$

S = { (5 ; 2) }

Vérification $x - y = 3$ — $-2x + 4y = -2$

$5 - 2 = 3$ — $-2 \,.\, 5 + 4 \,.\, 2 = -2$

$3 = 3$ — $-2 = -2$

$\begin{cases} 3x - 4y = 3 & \vert\ .\,3 \\ -2x + 3y = -1 & \vert\ .\,4 \end{cases}$

$\begin{cases} 9x - 12y = 9 \\ -8x + 12y = -4 \end{cases}$

$1x = 5$ — $-2x + 3y = -1$

$x = 5 \longrightarrow -2 \,.\, 5 + 3y = -1$

$3y = 9$

$y = 3$

S = { (5 ; 3) }

Vérification $3x - 4y = 3$ — $-2x + 3y = -1$

$3 \,.\, 5 - 4 \,.\, 3 = 3$ — $-2 \,.\, 5 + 3 \,.\, 3 = -2$

$3 = 3$ — $-2 = -2$

Résous les systèmes suivants.

$\begin{cases} -3x + y - 1 = 0 & \vert\ .\,2 \\ x - 2y - 3 = 0 & \vert\ .\,1 \end{cases}$

$\begin{cases} -6x + 2y - 2 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$

$-5x - 5 = 0$ — $x - 2y - 3 = 0$

$x = -1 \longrightarrow -1 - 2y - 3 = 0$

$-2y = 4$

$y = -2$

S = { (−1 ; −2) }

$\begin{cases} 5x + 4y = 11 & \vert\ .\,(-2) \\ 2x + 3y = 10 & \vert\ .\,5 \end{cases}$

$\begin{cases} -10x - 8y = -22 \\ 10x + 15y = 50 \end{cases}$

$7y = 28$ — $5x + 4y = 11$

$y = 4 \longrightarrow 5x + 4 \,.\, 4 = 11$

$5x = -5$

$x = -1$

S = { (−1 ; 4) }

$\begin{cases} x - 3y = 6 & \vert\ .\,(-3) \\ 3x - 2y = 4 & \vert\ .\,1 \end{cases}$

$\begin{cases} -3x + 9y = -18 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

$7y = -14$ — $x - 3y = 6$

$y = -2 \longrightarrow x - 3 \,.\, (-2) = 6$

$x + 6 = 6$

$x = 0$

S = { (0 ; −2) }

$\begin{cases} 5x + 2y = 7 & \vert\ .\,3 \\ 4x - 3y - 1 = 0 & \vert\ .\,2 \end{cases}$

$\begin{cases} 15x + 6y = 21 \\ 8x - 6y = 2 \end{cases}$

$23x = 23$ — $4x - 3y - 1 = 0$

$x = 1 \longrightarrow 4 - 3y - 1 = 0$

$-3y = -3$

$y = 1$

S = { (1 ; 1) }

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Méthode des combinaisons (variante)
La méthode de Gauss appliquée deux fois permet de remplacer un système de deux équations à deux inconnues par un système équivalent de deux équations à une inconnue.

Exemple

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c} .\,3 \\ .\,2 \end{array} \right| \qquad \qquad \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c} .\,(-2) \\ .\,1 \end{array} \right|$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 15 \\ 4x + 6y = 6 \end{cases} \qquad \qquad \begin{cases} -2x + 4y = -10 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$7x = 21 \qquad \qquad 7y = -7$$

Le système donné est équivalent au système $\begin{cases} 7x = 21 \\ 7y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

La solution du système est le couple $(3\ ;\ -1)$. On note $S = \{(3\ ;\ -1)\}$.

Complète la résolution des systèmes ci-dessous.

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 3x + 2y = -6 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c} .\,(-3) \\ .\,1 \end{array} \right| \begin{array}{c} .\,2 \\ .\,1 \end{array}$$

$$\begin{cases} -3x + 3y = 6 \\ 3x + 2y = -6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 2y = -4 \\ 3x + 2y = -6 \end{cases}$$

$$5y = 0 \qquad \qquad 5x = -10$$

$$y = 0 \qquad \qquad x = -2$$

$S = \{(-2\ ;\ 0)\}$

Vérification $x - y = 2$ $3x + 2y = -6$

$-2 + 0 = -2$ $3 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 = -6$

$-2 = -2$ $-6 = -6$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c} .\,3 \\ .\,4 \end{array} \right| \begin{array}{c} .\,2 \\ .\,3 \end{array} \right|$$

$$\begin{cases} 9x - 12y = 9 \\ -8x + 12y = -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x - 8y = 6 \\ -6x + 9y = -3 \end{cases}$$

$$1x = 5 \qquad \qquad 1y = 3$$

$$x = 5 \qquad \qquad y = 3$$

$S = \{(5\ ;\ 3)\}$

Vérification $3x - 4y = 3$ $-2x + 3y = -1$

$3 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = 3$ $-2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = -1$

$3 = 3$ $-1 = -1$

Résous les systèmes suivants.

$$\begin{cases} x + 3y = -5 \\ -3x - 2y = 1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c} .\,2 \\ .\,3 \end{array} \right| \begin{array}{c} .\,3 \\ .\,1 \end{array} \right|$$

$$\begin{cases} 2x + 6y = -10 \\ -9x - 6y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + 9y = -15 \\ -3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$-7x = -7 \qquad \qquad 7y = -14$$

$$x = 1 \qquad \qquad y = -2$$

$S = \{(1\ ;\ -2)\}$

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c} .\,3 \\ .\,2 \end{array} \right| \begin{array}{c} .\,2 \\ .\,1 \end{array} \right|$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 3 \\ -4x + 6y = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$-1x = 1 \qquad \qquad -1y = 1$$

$$x = -1 \qquad \qquad y = -1$$

$S = \{(-1\ ;\ -1)\}$

$$\left\{\begin{array}{l} 3x - 9y = 0 \\ x - y = -2 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|c|c|} .\ 1 & .\ 1 \\ .\ (-9) & .\ (-3) \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 3x - 9y = 0 \\ -9x + 9y = 18 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} 3x - 9y = 0 \\ -3x + 3y = 6 \end{array}\right.$$

$$-6x = 18 \qquad -6y = 6$$

$$x = -3 \qquad y = -1$$

$S = \{ (-3 \ ; \ -1) \}$

$$\left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = -9 \\ 4x - 3y = 27 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|c|c|} .\ 1 & .\ (-2) \\ .\ 1 & .\ 1 \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = -9 \\ 4x - 3y = 27 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} -4x - 6y = 18 \\ 4x - 3y = 27 \end{array}\right.$$

$$6x = 18 \qquad -9y = 45$$

$$x = 3 \qquad y = -5$$

$S = \{ (3 \ ; \ -5) \}$

3) Remarques importantes

a) Pour résoudre un système, il est préférable que chaque équation soit présentée sous la même forme. Souvent, on utilise les formes **ax + by + c = 0** ou **ax + by = c**.

Pour chaque système, transforme au minimum l'énoncé pour que les équations apparaissent sous la forme ax + by + c = 0.

$$\left\{\begin{array}{l} 2x - 9y - 1 = 0 \\ x + y = -5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 2x = y + 8 \\ x - y + 5 = 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x - 3y = 2 \\ -2y = 3x + 1 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} y = 3x - 5 \\ 4x + y = 4 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 2x - 9y - 1 = 0 \\ x + y + 5 = 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 2x - y - 8 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x - 3y - 2 = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 3x - y - 5 = 0 \\ 4x + y - 4 = 0 \end{array}\right.$$

Pour chaque système, transforme au minimum l'énoncé pour que les équations apparaissent sous la forme ax + by = c.

$$\left\{\begin{array}{l} x + 8y = 5 \\ x + y - 4 = 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x = -2y - 1 \\ y = 2x - 7 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 3x - y - 2 = 0 \\ -2y = x - 4 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} y - 3x = 5 \\ y = x \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x + 8y = 5 \\ x + y = 4 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x + 2y = -1 \\ -2x + y = -7 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 3x - y = 2 \\ -x - 2y = -4 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} -3x + y = 5 \\ x - y = 0 \end{array}\right.$$

Pour chaque système, transforme au minimum l'énoncé pour que les équations apparaissent sous une des formes citées ci-dessus.

$$\left\{\begin{array}{l} x + 3y = -6 \\ 3y = x - 12 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x - 2y - 4 = 0 \\ 3x + y = 5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x = y - 2 \\ 3x + 2y = -6 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 2x + 4y = 25 \\ y = 2x \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x + 3y = -6 \\ -x + 3y = -12 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x - 2y = 4 \\ 3x + y = 5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x - y = -2 \\ 3x + 2y = -6 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 2x + 4y = 25 \\ -2x + y = 0 \end{array}\right.$$

b) Pour utiliser la méthode de substitution ou celle des combinaisons, il est préférable d'avoir des équations sans dénominateurs.

Fais disparaître les dénominateurs, puis transforme au minimum chaque équation pour les faire apparaître sous la même forme.

Système initial	1re équation modifiée	2e équation modifiée	Système modifié
$\begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{-8}{3} \\ \frac{-2x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{5}{6} \end{cases}$	$\frac{9x - 2y}{6} = \frac{-16}{6}$ $9x - 2y = -16$	$\frac{-4x + 3y}{6} = \frac{5}{6}$ $-4x + 3y = 5$	$\begin{cases} 9x - 2y = -16 \\ -4x + 3y = 5 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{x - 1}{3} = \frac{y - 3}{2} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 3 \end{cases}$	$\frac{2 . (x - 1)}{6} = \frac{3 . (y - 3)}{6}$ $2x - 2 = 3y - 9$ $2x - 3y = -7$	$\frac{5x + 2y}{10} = \frac{30}{10}$ $5x + 2y = 30$	$\begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 5x + 2y = 30 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y - 1}{4} = 1 \\ \frac{x}{6} + \frac{y - 1}{3} = 0 \end{cases}$	$\frac{2x - (y - 1)}{4} = \frac{4}{4}$ $2x - y + 1 = 4$ $2x - y = 3$	$\frac{x + 2 . (y - 1)}{6} = \frac{0}{6}$ $x + 2y - 2 = 0$ $x + 2y = 2$	$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y - 1}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{3 - x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$	$\frac{4x + 3 . (y - 1)}{12} = \frac{6}{12}$ $4x + 3y - 3 = 6$ $4x + 3y = 9$	$\frac{3 . (3 - x) - 2y}{6} = \frac{6}{6}$ $9 - 3x - 2y = 6$ $-3x - 2y = -3$	$\begin{cases} 4x + 3y = 9 \\ -3x - 2y = -3 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{1}{3} - \frac{3x - y}{6} = 0 \\ \frac{2x + 1}{3} - \frac{y - 2}{4} = 1 \end{cases}$	$\frac{2 - (3x - y)}{6} = \frac{0}{6}$ $2 - 3x + y = 0$ $-3x + y = -2$	$\frac{4 . (2x + 1) - 3 . (y - 2)}{12} = \frac{12}{12}$ $8x + 4 - 3y + 6 = 12$ $8x - 3y = 2$	$\begin{cases} -3x + y = -2 \\ 8x - 3y = 2 \end{cases}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

4) Exercices de synthèse

Résous le système suivant par la méthode des combinaisons.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 & \cdot\ 2 \\ -2x + 3y = 3 & \cdot\ 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = -2 \\ -6x + 9y = 9 \end{cases}$$

$$5y = 7$$

$$y = \frac{7}{5}$$

$$3x - 2y = -1$$

$$3x - 2 \cdot \frac{7}{5} = -1$$

$$3x = -1 + \frac{14}{5}$$

$$3x = \frac{9}{5}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{3}{5} \ ; \ \frac{7}{5} \right) \right\}$$

Résous le système suivant par la variante de la méthode des combinaisons.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 & \cdot\ 5 & \cdot\ 4 \\ 4x + 5y = -1 & \cdot\ 2 & \cdot\ (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x - 10y = 10 \\ 8x + 10y = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 12x - 8y = 8 \\ -12x - 15y = 3 \end{cases}$$

$$23\,x = 8 \qquad -23\,y = 11$$

$$x = \frac{8}{23} \qquad y = \frac{-11}{23}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{8}{23} \ ; \ \frac{-11}{23} \right) \right\}$$

Résous le système suivant par la méthode de substitution.

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 9y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ 3x - 9 \cdot (3 - 2x) = 1 \end{cases}$$

Résoudre cette équation en x

$$3x - 9 \cdot (3 - 2x) = 1$$

$$3x - 27 + 18x = 1$$

$$21x = 28$$

$$x = \frac{28}{21}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2 \cdot \frac{4}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Déterminer la valeur de y

$$y = 3 - 2 \cdot \frac{4}{3}$$

$$y = 3 - \frac{8}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{4}{3} \ ; \ \frac{1}{3} \right) \right\}$$

Section 3 • Les puissances

Fiche 3.1 Puissances numériques à exposants entiers

1) Puissances à exposants négatifs

Si a est un nombre réel non nul et n est un nombre naturel,

alors $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Exemples : $2^{-4} = \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{16}$ $\qquad (-4)^{-3} = \dfrac{1}{(-4)^3} = \dfrac{1}{-64} = \dfrac{-1}{64}$

Rends les exposants positifs, puis calcule.

$2^{-4} = \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{16}$ $\qquad (-2)^{-4} = \dfrac{1}{(-2)^4} = \dfrac{1}{16}$ $\qquad 10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{100}$

$5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$ $\qquad (-3)^{-3} = \dfrac{1}{(-3)^3} = \dfrac{1}{-27} = \dfrac{-1}{27}$ $\qquad (-10)^{-3} = \dfrac{1}{(-10)^3} = \dfrac{1}{-1000} = \dfrac{-1}{1000}$

$4^{-3} = \dfrac{1}{4^3} = \dfrac{1}{64}$ $\qquad 5^{-3} = \dfrac{1}{5^3} = \dfrac{1}{125}$ $\qquad (-10)^{-4} = \dfrac{1}{(-10)^4} = \dfrac{1}{10\,000}$

2) Puissances à exposants entiers

Une puissance est un nombre négatif dans le seul cas où la base est négative et l'exposant impair.

Exemples : $(-5)^3 = -125$ $\qquad (-5)^{-3} = \dfrac{1}{(-5)^3} = \dfrac{1}{-125} = \dfrac{-1}{125}$

$5^2 = 25$ $\qquad 5^3 = 125$ $\qquad (-5)^2 = 25$

$5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$ $\qquad 5^{-3} = \dfrac{1}{5^3} = \dfrac{1}{125}$ $\qquad (-5)^{-2} = \dfrac{1}{(-5)^2} = \dfrac{1}{25}$

Voici une série de puissances.

$(-3)^2 \quad 5^3 \quad 7^{-3} \quad (-4)^3 \quad (-6)^{-5} \quad (-5)^{-2} \quad (-4)^{-1} \quad (-2)^5$

Les nombres positifs sont : $(-3)^2 \quad 5^3 \quad 7^{-3} \quad (-5)^{-2}$

Les nombres négatifs sont : $(-4)^3 \quad (-6)^{-5} \quad (-4)^{-1} \quad (-2)^{-5}$

Rends les exposants positifs, si nécessaire, puis calcule.

$(-3)^2 = 9$ $\qquad (-7)^2 = 49$ $\qquad 7^{-2} = \dfrac{1}{7^2} = \dfrac{1}{49}$

$(-7)^{-2} = \dfrac{1}{(-7)^2} = \dfrac{1}{49}$ $\qquad (-5)^{-3} = \dfrac{1}{(-5)^3} = \dfrac{1}{-125} = \dfrac{-1}{125}$ $\qquad (-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = \dfrac{1}{-8} = \dfrac{-1}{8}$

$3^{-3} = \dfrac{1}{3^3} = \dfrac{1}{27}$ $\qquad (-4)^{-3} = \dfrac{1}{(-4)^3} = \dfrac{1}{-64} = \dfrac{-1}{64}$ $\qquad (-3)^{-4} = \dfrac{1}{(-3)^4} = \dfrac{1}{81}$