

4) Exercices de synthèse

Résous le système suivant par la méthode des combinaisons.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ -2x + 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = -2 \\ -6x + 9y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 5y = 7 \\ y = \frac{7}{5} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3x - 2y = -1 \\ 3x - 2 \cdot \frac{7}{5} = -1 \\ 3x = -1 + \frac{14}{5} \\ 3x = \frac{9}{5} \\ x = \frac{3}{5} \end{array}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{3}{5} ; \frac{7}{5} \right) \right\}$$

Résous le système suivant par la variante de la méthode des combinaisons.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 4x + 5y = -1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 4 \\ \cdot 2 \\ \cdot (-3) \end{array}$$

$$\begin{cases} 15x - 10y = 10 \\ 8x + 10y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 12x - 8y = 8 \\ -12x - 15y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 23x = 8 \\ x = \frac{8}{23} \end{array} \quad \begin{array}{l} -23y = 11 \\ y = \frac{-11}{23} \end{array}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{8}{23} ; \frac{-11}{23} \right) \right\}$$

Résous le système suivant par la méthode de substitution.

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 9y = 1 \end{cases}$$

Résoudre cette équation en x

$$\begin{aligned} 3x - 9 \cdot (3 - 2x) &= 1 \\ 3x - 27 + 18x &= 1 \\ 21x &= 28 \\ x &= \frac{28}{21} \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Déterminer la valeur de y

$$\begin{aligned} y &= 3 - 2 \cdot \frac{4}{3} \\ y &= 3 - \frac{8}{3} \\ y &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{4}{3} ; \frac{1}{3} \right) \right\}$$

Section 3 • Les puissances

Fiche 3.1 Puissances numériques à exposants entiers

1) Puissances à exposants négatifs

Si a est un nombre réel non nul et n est un nombre naturel,

$$\text{alors } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{Exemples : } 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} \quad (-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-64} = \frac{-1}{64}$$

Rends les exposants positifs, puis calcule.

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = \frac{-1}{27}$$

$$(-10)^{-3} = \frac{1}{(-10)^3} = \frac{1}{-1000} = \frac{-1}{1000}$$

$$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$(-10)^{-4} = \frac{1}{(-10)^4} = \frac{1}{10\,000}$$

45

2) Puissances à exposants entiers

Une puissance est un nombre négatif dans le seul cas où la base est négative et l'exposant impair.

$$\text{Exemples : } (-5)^3 = -125$$

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = \frac{-1}{125}$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$$

Voici une série de puissances.

$$(-3)^2 \quad 5^3 \quad 7^{-3} \quad (-4)^3 \quad (-6)^{-5} \quad (-5)^{-2} \quad (-4)^{-1} \quad (-2)^5$$

$$\text{Les nombres positifs sont : } (-3)^2 \quad 5^3 \quad 7^{-3} \quad (-5)^{-2}$$

$$\text{Les nombres négatifs sont : } (-4)^3 \quad (-6)^{-5} \quad (-4)^{-1} \quad (-2)^5$$

Rends les exposants positifs, si nécessaire, puis calcule.

$$(-3)^2 = 9$$

$$(-7)^2 = 49$$

$$7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$(-7)^{-2} = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{49}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = \frac{-1}{125} \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = \frac{-1}{8}$$

$$3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-64} = \frac{-1}{64} \quad (-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Calcule mentalement.

$$(-6)^2 = 36$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125}$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$6^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{-1}{125}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$(-4)^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$(-6)^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$(-5)^3 = -125$$

$$(-2)^{-3} = \frac{-1}{8}$$

$$(-4)^2 = 16$$

3) Importance du décodage

-3^2 est l'opposé du carré de 3.

$$\underline{\underline{-3^2}} = -9$$

$(-3)^2$ est le carré de l'opposé de 3.

$$\underline{\underline{(-3)^2}} = 9$$

Détermine le signe (+ ou -) des puissances.

$$4^{-2} \quad +$$

$$-4^2 \quad -$$

$$-3^{-2} \quad -$$

$$-6^2 \quad -$$

$$-4^{-3} \quad -$$

$$-6^3 \quad -$$

$$(-4)^3 \quad -$$

$$(-5)^2 \quad +$$

$$-5^{-3} \quad -$$

$$(-2)^{-2} \quad +$$

$$(-7)^{-2} \quad +$$

$$2^{-3} \quad +$$

$$-2^3 \quad -$$

$$(-4)^{-3} \quad -$$

$$3^2 \quad +$$

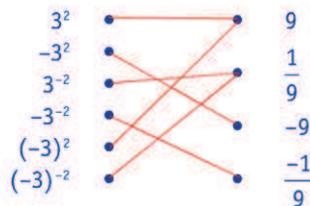
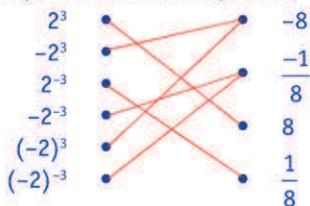
$$4^{-3} \quad +$$

$$4^3 \quad +$$

$$-2^{-3} \quad -$$

46

Relie chaque puissance à sa réponse.



Complète par = ou ≠.

$$7^{-2} \neq -49$$

$$\frac{1}{5^{-1}} = 5$$

$$3^{-3} \neq -9$$

$$17^{-2} \neq -34$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3^{-3}} = 27$$

$$\frac{2^{-2}}{3} \neq \frac{4}{3}$$

$$10^{-3} \neq \frac{1}{30}$$

Complète par V (vrai) ou F (faux) et corrige si cela est nécessaire.

	V ou F	Correction		V ou F	Correction
$-5^2 = -25$	V		$(-4)^{-3} = 64$	F	$\frac{1}{(-4)^3} = \frac{-1}{64}$
$5^{-2} = -25$	F	$\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$	$-4^{-3} = -64$	F	$\frac{-1}{4^3} = \frac{-1}{64}$
$(-5)^2 = -25$	F	25	$-4^3 = -64$	V	
$-5^{-2} = -25$	F	$\frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25}$	$(-4)^3 = -64$	V	
$(-5)^{-2} = 25$	F	$\frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$	$4^{-3} = -64$	F	$\frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

Fiche 3.2 Utilisation des puissances à exposants positifs

1) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve** la **base** et on **additionne** les **exposants**.

$$\text{Exemples : } a^3 \cdot a^5 = a^{3+5} = a^8$$

$$2x^4 \cdot 5x^3 = 10 \cdot x^{4+3} = 10x^7$$

Réduis les expressions suivantes.

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$$

$$2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^{3+2} = 6a^5$$

$$-4a^2 \cdot 3a^5 = -12a^{2+5} = -12a^7$$

$$3a \cdot 5a = 15a^{1+1} = 15a^2$$

$$a^3 \cdot 2a^5 = 2a^{3+5} = 2a^8$$

$$(-2a) \cdot (-3a^5) = 6a^{1+5} = 6a^6$$

2) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

$$\text{Exemples : } (a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

$$(x^4)^4 = x^{4 \cdot 4} = x^{16}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^7)^3 = a^{7 \cdot 3} = a^{21}$$

$$(b^3)^3 = b^{3 \cdot 3} = b^9$$

$$(c^5)^2 = c^{5 \cdot 2} = c^{10}$$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } a^3 \cdot (a^2)^4 &= a^3 \cdot a^8 && \text{Puissance d'une puissance} \\ &= a^{11} && \text{Produit de puissances de même base} \end{aligned}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^3)^2 \cdot a^4 = a^6 \cdot a^4 = a^{10}$$

$$a \cdot (a^5)^3 = a \cdot a^{15} = a^{16}$$

$$(a^3)^3 \cdot a^3 = a^9 \cdot a^3 = a^{12}$$

$$-2a^2 \cdot (a^3)^2 = -2a^2 \cdot a^6 = -2a^8$$

$$-a^4 \cdot (b^3)^4 \cdot a^3 = -a^4 \cdot b^{12} \cdot a^3 = -a^7 b^{12}$$

3) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève** chaque **facteur** à cette puissance.

$$\text{Exemples : } (3 \cdot a)^2 = 3^2 \cdot a^2 = 9a^2$$

$$(-2 \cdot b)^3 = (-2)^3 \cdot b^3 = -8b^3$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(x \cdot y)^4 = x^4 y^4$$

$$(-a \cdot b)^6 = (-a)^6 \cdot b^6 = a^6 b^6$$

$$(5 \cdot x)^2 = 5^2 \cdot x^2 = 25x^2$$

$$(-2x)^4 = (-2)^4 \cdot x^4 = 16x^4$$

$$(-3 \cdot y)^4 = (-3)^4 \cdot y^4 = 81y^4$$

$$(-10a)^3 = (-10)^3 \cdot a^3 = -1000a^3$$

$$(-2 \cdot a)^5 = (-2)^5 \cdot a^5 = -32a^5$$

$$(3ab)^2 = 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 9a^2 b^2$$

$$(4 \cdot a \cdot c)^3 = 4^3 \cdot a^3 \cdot c^3 = 64a^3 c^3$$

$$(-ab)^3 = (-a)^3 \cdot b^3 = -a^3 b^3$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } (a^2 \cdot b^3)^4 &= (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 && \text{Puissance d'un produit} \\ &= a^8 \cdot b^{12} && \text{Puissance d'une puissance} \end{aligned}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^5 \cdot b^2)^3 = (a^5)^3 \cdot (b^2)^3 = a^{15}b^6$$

$$(2x^2y^4)^3 = 2^3 \cdot (x^2)^3 \cdot (y^4)^3 = 8x^6y^{12}$$

$$(3 \cdot a^3)^2 = 3^2 \cdot (a^3)^2 = 9a^6$$

$$(-ab^2)^4 = (-a)^4 \cdot (b^2)^4 = a^4b^8$$

$$(-2 \cdot a^2)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 = -8a^6$$

$$(-3xy^3)^3 = (-3)^3 \cdot x^3 \cdot (y^3)^3 = -27x^3y^9$$

$$(a^3b^4c^2)^2 = (a^3)^2 \cdot (b^4)^2 \cdot (c^2)^2 = a^6b^8c^4$$

$$(5a^3b^4)^3 = 5^3 \cdot (a^3)^3 \cdot (b^4)^3 = 125a^9b^{12}$$

4) Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on élève chaque terme de la fraction à cette puissance.

$$\text{Exemples : } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \qquad \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2} = \frac{x^2}{9} \qquad \left(\frac{a^5}{b^3}\right)^3 = \frac{(a^5)^3}{(b^3)^3} = \frac{a^{15}}{b^9}$$

48

Réduis les expressions suivantes.

$$\left(\frac{x}{3z}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2z^2} = \frac{x^2}{9z^2}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^4 = \frac{(a^3)^4}{(b^4)^4} = \frac{a^{12}}{b^{16}}$$

$$\left(\frac{3a}{b^3}\right)^4 = \frac{3^4a^4}{(b^3)^4} = \frac{81a^4}{b^{12}}$$

5) Exercices de synthèse

Indique le(s) numéro(s) de la (des) propriété(s) qu'il faut utiliser pour réduire les expressions suivantes, puis applique-les en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

1. Produit de puissances de même base
3. Puissance d'un produit

2. Puissance d'une puissance
4. Puissance d'une fraction

3-2 $(3a^3)^3 = 27a^9$

3-2 $(-4a^3)^2 = 16a^6$

3 $(-4a)^2 = 16a^2$

2 $-4 \cdot (a^5)^2 = -4a^{10}$

1 $-4a \cdot 5a^2 = -20a^3$

3-2 $(-2a^3b)^2 = 4a^6b^2$

3-2 $(-10x^3)^3 = -1000x^9$

3-2 $-3(a^2b^3)^4 = -3a^8b^{12}$

3 $(3ab)^2 = 9a^2b^2$

3-2 $(-a^3bc^2)^4 = a^{12}b^4c^8$

1 $5a^2 \cdot (-3a^4) = -15a^6$

2 $(-a^2)^3 = -a^6$

3-2 $(-2x^2)^3 = -8x^6$

1 $4x^5 \cdot (-4x^5) = -16x^{10}$

3 $(-2x)^5 = -32x^5$

3-2 $(-5a^2)^3 = -125a^6$

1 $-5a^4 \cdot 5a^4 = -25a^8$

1 $-2a^3 \cdot 3a^4 = -6a^7$

4-2 $\left(\frac{ab^2}{3c^2}\right)^4 = \frac{a^4b^8}{81c^8}$

4-2 $\left(\frac{-2a^2}{b^3}\right)^5 = \frac{-32a^{10}}{b^{15}}$

Fiche 3.3 Utilisation des puissances à exposants négatifs

1) Transformations d'écriture

Rendre les exposants positifs

Avant de calculer des puissances **numériques**, il est impératif de rendre leurs exposants positifs.

$$\text{Exemples : } (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} \quad \frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 25 \quad (-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$$

La réponse finale d'un calcul comprenant des puissances **littérales** s'écrit généralement en utilisant les exposants positifs.

$$\text{Exemples : } a^{-3} = \frac{1}{a^3} \quad a^2 b^{-3} = \frac{a^2}{b^3} \quad a^{-2} b^3 = \frac{b^3}{a^2} \quad a^{-2} b^{-3} = \frac{1}{a^2 b^3}$$

Transformer les quotients en produits

Dans des calculs sur les puissances **littérales**, il est plus facile de transformer les quotients en produits.

$$\text{Exemples : } \frac{1}{a^3} = a^{-3} \quad \frac{1}{a^{-2}} = a^2 \quad \frac{a^{-4}}{b^{-5}} = a^{-4} \cdot b^5 = a^{-4} b^5$$

Écris les expressions suivantes avec des exposants positifs, puis calcule.

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} \quad (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25} \quad (-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

$$7^{-1} = \frac{1}{7} \quad 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \quad -5^{-2} = \frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25} \quad -4^{-3} = \frac{-1}{4^3} = \frac{-1}{64}$$

Écris les expressions suivantes avec des exposants positifs, puis calcule.

$$4^2 \cdot 2^{-3} = \frac{4^2}{2^3} = \frac{16}{8} = 2 \quad 6^{-2} \cdot 3^4 = \frac{3^4}{6^2} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4} \quad 2^3 \cdot 4^{-2} = \frac{2^3}{4^2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$10^2 \cdot 5^{-2} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = 4 \quad 8^{-2} \cdot 4^3 = \frac{4^3}{8^2} = \frac{64}{64} = 1 \quad 3^3 \cdot 9^{-1} = \frac{3^3}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

Transforme les expressions ci-dessous en produits.

$$\frac{a^{-2}}{b^{-3}} = a^{-2} b^3 \quad \frac{a^2}{b^{-4}} = a^2 b^4 \quad \frac{a^2}{b^{-3} c^4} = a^2 b^3 c^{-4} \quad \frac{a^{-2}}{b^3 c^{-2}} = a^{-2} b^{-3} c^2$$

$$\frac{a^{-4}}{b^3} = a^{-4} b^{-3} \quad \frac{a^5}{b^3} = a^5 b^{-3} \quad \frac{a^3}{b^2 c^4} = a^3 b^{-2} c^{-4} \quad \frac{a^4}{b^2 c^3} = a^4 b^{-2} c^{-3}$$

2) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve la base** et on **additionne les exposants**.

$$\text{Exemples : } b^{-4} \cdot b^7 = b^{-4+7} = b^3$$

$$a^3 \cdot a^{-5} = a^{3+(-5)} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\text{Exemple : } a^3 \cdot (a^{-2})^4 = a^3 \cdot a^{-8} \\ = a^{-5} \\ = \frac{1}{a^5}$$

Puissance d'une puissance
Produit de puissances de même base
Transformation (exposants positifs)

Nom :

Prénom :

Classe :

Réduis les expressions ci-dessous et écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$x^7 \cdot x^{-3} = x^{7+(-3)} = x^4$$

$$c^2 \cdot c^{-7} = c^{2+(-7)} = c^{-5} = \frac{1}{c^5}$$

$$2y^{-5} \cdot 3y^{-5} = 6y^{-5+(-5)} = 6y^{-10} = \frac{6}{y^{10}}$$

3) Quotient de puissances de même base

Pour réduire un quotient de deux puissances de même base, il est conseillé de le transformer en un produit.

Exemples : $\frac{b^3}{b^{-6}} = b^3 \cdot b^6 = b^{3+6} = b^9$

$$\frac{a^5}{a^7} = a^5 \cdot a^{-7} = a^{5-7} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Transforme les expressions ci-dessous en un produit, réduis-les, puis écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$\frac{a^5}{a^4} = a^5 \cdot a^{-4} = a$$

$$\frac{a^{-7}}{a^2} = a^{-7} \cdot a^{-2} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

$$\frac{a^3}{a^{-3}} = a^3 \cdot a^3 = a^6$$

$$\frac{a^{-4}}{a^{-7}} = a^{-4} \cdot a^7 = a^3$$

$$\frac{a^7}{a^{-5}} = a^7 \cdot a^5 = a^{12}$$

$$\frac{a^2}{a^5} = a^2 \cdot a^{-5} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

50

4) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

Exemples : $(a^{-3})^2 = a^{-3 \cdot 2} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$ $(b^4)^{-3} = b^{4 \cdot (-3)} = b^{-12} = \frac{1}{b^{12}}$ $(c^{-2})^{-3} = c^{-2 \cdot (-3)} = c^6$

Réduis les expressions suivantes en utilisant la technique expliquée ci-dessus.

$$(a^{-2})^3 = a^{-2 \cdot 3} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$$

$$(a^{-4})^{-2} = a^{-4 \cdot (-2)} = a^8$$

$$(a^{-7})^{-3} = a^{-7 \cdot (-3)} = a^{21}$$

$$(a^2)^{-5} = a^{2 \cdot (-5)} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$$

$$(a^{-2})^2 = a^{-2 \cdot 2} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$(a^3)^{-3} = a^{3 \cdot (-3)} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

5) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève** **chaque facteur** à **cette puissance**.

Exemples : $(ab)^2 = a^2 \cdot b^2$ $(ab)^{-3} = a^{-3} \cdot b^{-3} = \frac{1}{a^3 b^3}$ $(2a)^{-5} = 2^{-5} \cdot a^{-5} = \frac{1}{2^5 a^5} = \frac{1}{32a^5}$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

Exemples

$$(a^4 b^{-2})^{-3} = (a^4)^{-3} (b^{-2})^{-3}$$

Puissance d'un produit

$$(-2b^{-5})^{-3} = (-2)^{-3} (b^{-5})^{-3}$$

$$= a^{-12} \cdot b^6$$

Puissance d'une puissance

$$= (-2)^{-3} \cdot b^{15}$$

$$= \frac{b^6}{a^{12}}$$

Transformation (exposants positifs)

$$= \frac{b^{15}}{(-2)^3}$$

$$= \frac{b^{15}}{-8} = \frac{-b^{15}}{8}$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Réduis les expressions suivantes en utilisant la technique expliquée ci-dessus.

$$(ab)^{-4} = a^{-4} \cdot b^{-4} = \frac{1}{a^4 b^4}$$

$$(3a^{-2})^3 = 3^3 \cdot (a^{-2})^3 = 27 \cdot a^{-6} = \frac{27}{a^6}$$

$$(2a)^{-3} = 2^{-3} \cdot a^{-3} = \frac{1}{2^3 a^3} = \frac{1}{8a^3}$$

$$(-5a^{-3})^{-2} = (-5)^{-2} \cdot (a^{-3})^{-2} = \frac{a^6}{(-5)^2} = \frac{a^6}{25}$$

$$(a^3b)^{-2} = (a^3)^{-2} \cdot b^{-2} = a^{-6} \cdot b^{-2} = \frac{1}{a^6 b^2}$$

$$(-4a^5)^{-3} = (-4)^{-3} \cdot (a^5)^{-3} = \frac{a^{-15}}{(-4)^3} = \frac{-1}{64a^{15}}$$

6) Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on peut :

- élever chaque terme de la fraction à cette puissance;
- transformer la fraction en un produit.

Exemple : $\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^5 = (a^{-4} \cdot b^{-2})^5 = (a^{-4})^5 \cdot (b^{-2})^5 = a^{-20}b^{10}$ ou $\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^5 = \frac{(a^{-4})^5}{(b^2)^5} = \frac{a^{-20}}{b^{10}} = a^{-20}b^{10}$

Réduis les expressions suivantes en utilisant une des deux techniques expliquées ci-dessus.

$$\left(\frac{x^2}{y^4}\right)^{-2} = (x^2 \cdot y^{-4})^{-2} = (x^2)^{-2} \cdot (y^{-4})^{-2} = x^{-4}y^8 = \frac{y^8}{x^4}$$

$$\left(\frac{x^{-4}}{y^5}\right)^{-5} = (x^{-4} \cdot y^{-5})^{-5} = (x^{-4})^{-5} \cdot (y^{-5})^{-5} = x^{20}y^{25}$$

$$\left(\frac{a^4}{b^{-2}}\right)^{-4} = (a^4 \cdot b^2)^{-4} = (a^4)^{-4} \cdot (b^2)^{-4} = a^{-16}b^{-8} = \frac{1}{a^{16}b^8}$$

$$\left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^{-3} = (2x^2y^{-3})^{-3} = 2^{-3}(x^2)^{-3}(y^{-3})^{-3} = \frac{x^{-6}y^9}{2^3} = \frac{y^9}{8x^6}$$

$$\left(\frac{3a^{-3}}{b^{-4}}\right)^{-2} = (3a^{-3}b^4)^{-2} = 3^{-2}(a^{-3})^{-2}(b^4)^{-2} = \frac{a^6b^{-8}}{3^2} = \frac{a^6}{9b^8}$$

51

7) Exercices de synthèse

Entoure la bonne réponse.

$3^{-2} =$

9	-9	$\frac{1}{9}$
---	----	---------------

$a^3 \cdot a^{-3} =$

0	1	a^{-9}
---	---	----------

$(-3)^2 =$

9	-9	$\frac{1}{9}$
---	----	---------------

$(a^{-2})^3 =$

a^{-5}	a^{-6}	a^{-8}
----------	----------	----------

$(-3)^{-2} =$

9	-9	$\frac{1}{9}$
---	----	---------------

$2ab^{-1} =$

$\frac{1}{2ab}$	$\frac{2}{ab}$	$\frac{2a}{b}$
-----------------	----------------	----------------

$a^{-5} =$

$-a^5$	$\frac{1}{a^5}$	$\frac{-1}{a^5}$
--------	-----------------	------------------

$(-5a)^{-2} =$

$25a^2$	$\frac{1}{25a^2}$	$\frac{25}{a^2}$
---------	-------------------	------------------

$(-a)^{-3} =$

a^3	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{-1}{a^3}$
-------	-----------------	------------------

$\left(\frac{a}{b^{-1}}\right)^{-2} =$

$\frac{1}{a^2b^2}$	$\frac{b^2}{a^2}$	$\frac{b^2}{a^{-2}}$
--------------------	-------------------	----------------------

$(2a)^{-2} =$

$-4a^2$	$\frac{1}{4a^2}$	$\frac{-4}{a^2}$
---------	------------------	------------------

$a^6 \cdot a =$

$2a^6$	a^7	a^6
--------	-------	-------

Reconnais la(les) propriété(s) qu'il faut utiliser, puis réduis en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

1. Produit de puissances de même base
2. Quotient de puissances de même base
3. Puissance d'une puissance

4. Puissance d'un produit
5. Puissance d'une fraction

$$1 \quad a^{-7} \cdot a^3 = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$4-3 \quad (4a^{-2})^{-3} = 4^{-3} a^6 = \frac{a^6}{4^3} = \frac{a^6}{64}$$

$$3 \quad (a^5)^{-2} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$$

$$1 \quad -5a^2 \cdot 2a^{-5} = (-10) a^{-3} = \frac{-10}{a^3}$$

$$2-1 \quad \frac{2a^6}{a^{-2}} = 2a^6 \cdot a^2 = 2a^8$$

$$2-1-3 \quad \left(\frac{a^{-2}}{a^3}\right)^{-3} = (a^{-2} \cdot a^{-3})^{-3} = (a^{-5})^{-3} = a^{15}$$

$$4 \quad (-4a)^2 = (-4)^2 \cdot a^2 = 16a^2$$

$$5-3 \quad \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{-2} = (a^{-2} \cdot b^{-3})^{-2} = a^4 b^6$$

$$4-3 \quad (ab^{-2})^{-4} = a^{-4} b^8 = \frac{b^8}{a^4}$$

$$1 \quad 4a^{-2} \cdot 2a^{-7} = 8 \cdot a^{-9} = \frac{8}{a^9}$$

Complète.

52

$$a^{-2} \cdot a^{-4} = a^{-6}$$

$$\frac{a^2}{a^8} = a^{-6}$$

$$(5a^{-3})^2 = \frac{25}{a^6}$$

$$a^2 \cdot b^3 = \frac{1}{a^{-2}b^{-3}}$$

$$(a^{-2})^3 = a^{-6}$$

$$(a \cdot b)^{-2} = \frac{1}{a^2 b^2}$$

$$\left(\frac{a^2}{a^{-1}}\right)^2 = a^6$$

$$(3a^{-3}b^4)^{-2} = \frac{a^6}{9b^8}$$

$$(a^3)^{-2} = \frac{1}{a^6}$$

$$(a \cdot b^{-2})^{-2} = \frac{b^4}{a^2}$$

$$\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} = \frac{b^9}{a^6}$$

$$(a^2b^{-3})^{-2} = \frac{b^6}{a^4}$$

Réduis les expressions ci-dessous et écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$\left(\frac{3b^{-2}}{a^{-4}}\right)^{-2} = (3 \cdot a^4 \cdot b^{-2})^{-2} = 3^{-2} \cdot (a^4)^{-2} \cdot (b^{-2})^{-2} = \frac{a^{-8}b^4}{3^2} = \frac{b^4}{9a^8}$$

$$\left(\frac{2a^{-2}}{a^4}\right)^{-4} = (2a^{-2} \cdot a^{-4})^{-4} = (2a^{-6})^{-4} = 2^{-4} \cdot (a^{-6})^{-4} = \frac{a^{24}}{2^4} = \frac{a^{24}}{16}$$

$$3a \cdot (-2a)^{-2} = 3a \cdot (-2)^{-2} \cdot a^{-2} = \frac{3a^{-1}}{(-2)^2} = \frac{3}{4a}$$

$$(-4a^{-2}b^3)^{-3} = (-4)^{-3} \cdot (a^{-2})^{-3} \cdot (b^3)^{-3} = \frac{a^6b^{-9}}{(-4)^3} = \frac{-a^6}{64b^9}$$

$$\left(\frac{2x^2}{y^5}\right)^{-3} = (2 \cdot x^2 \cdot y^5)^{-3} = 2^{-3} \cdot (x^2)^{-3} \cdot (y^5)^{-3} = \frac{x^{-6}y^{-15}}{2^3} = \frac{1}{8x^6y^{15}}$$

$$(3a^2)^{-2} \cdot (ab)^3 = 3^{-2} \cdot (a^2)^{-2} \cdot a^3 \cdot b^3 = \frac{a^{-4} \cdot a^3 \cdot b^3}{3^2} = \frac{a^{-1} \cdot b^3}{9} = \frac{b^3}{9a}$$

$$-5(a^{-2})^3 \cdot (2a)^{-2} = -5 \cdot a^{-6} \cdot 2^{-2} \cdot a^{-2} = \frac{-5 \cdot a^{-8}}{2^2} = \frac{-5}{4a^8}$$

Section 4 • Polynômes

Fiche 4.1 Sommes et produits de polynômes

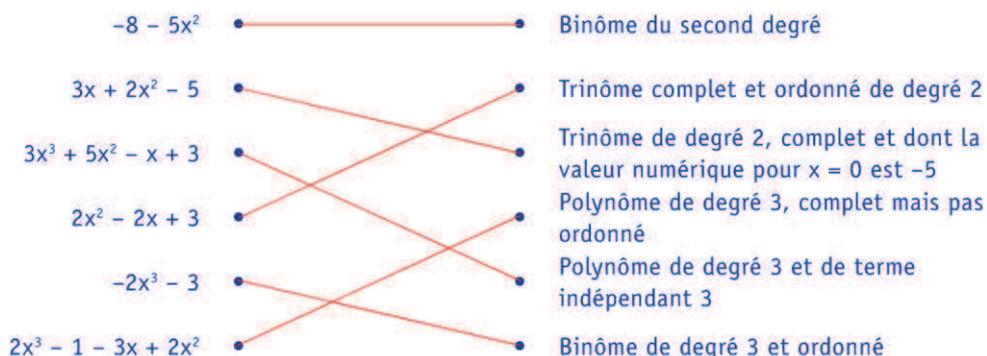
1) Vocabulaire

Réponds aux questions relatives au polynôme $A(x) = 3x^4 - 2x - 4x^5 + 8 - x^2$.

- Ce polynôme est-il ordonné ? **Non** Si non, ordonne-le par puissances décroissantes de x : **$-4x^5 + 3x^4 - x^2 - 2x + 8$**
- Ce polynôme ne possède plus de termes semblables ; il est **réduit**.
- Ce polynôme est-il complet ? **Non** Quel est son degré ? **5**
- Comment s'appelle x ? **La variable**
- Que représente le terme 8 ? **Le terme indépendant**
- Que représente le nombre -4 figurant devant x^5 ? **Le coefficient du terme de degré 5.**

Associe chaque polynôme à ses caractéristiques.

53



Ordonne les polynômes proposés, détermine leur degré et précise s'ils sont complets.

Polynôme	Polynôme ordonné	Degré	Complet / Incomplet
$x^3 + 2x^2 - 6x + 5$	$x^3 + 2x^2 - 6x + 5$	3	Complet
$-8x + 5x^2 - 4x^3$	$-4x^3 + 5x^2 - 8x$	3	Incomplet
$x + 2x^4 - 6x^2 + 7$	$2x^4 - 6x^2 + x + 7$	4	Incomplet
$1 - 2x + 3x^2$	$3x^2 - 2x + 1$	2	Complet
$6x + 4 - 2x^3 + 5x^2$	$-2x^3 + 5x^2 + 6x + 4$	3	Complet
$5 - x - x^2 + 3x^4$	$3x^4 - x^2 - x + 5$	4	Incomplet

Nom :

Prénom :

Classe :

Calcule mentalement.

$$(-6)^2 = 36$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125}$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$6^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{-1}{125}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$(-4)^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$(-6)^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$(-5)^3 = -125$$

$$(-2)^{-3} = \frac{-1}{8}$$

$$(-4)^2 = 16$$

3) Importance du décodage

-3^2 est l'opposé du carré de 3.

$$\underline{\underline{-3^2}} = -9$$

$(-3)^2$ est le carré de l'opposé de 3.

$$\underline{\underline{(-3)^2}} = 9$$

Détermine le signe (+ ou -) des puissances.

$$4^{-2} \quad +$$

$$(-4)^3 \quad -$$

$$(-4)^2 \quad +$$

$$(-2)^{-2} \quad +$$

$$(-7)^{-2} \quad +$$

$$2^{-3} \quad +$$

$$-2^3 \quad -$$

$$(-4)^{-3} \quad -$$

$$3^2 \quad +$$

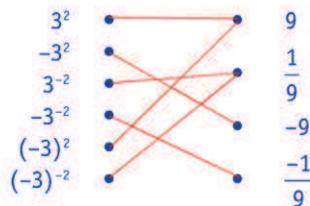
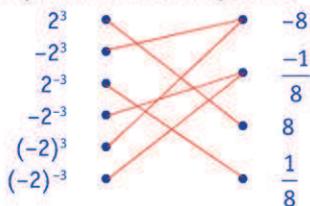
$$4^{-3} \quad +$$

$$4^3 \quad +$$

$$-2^{-3} \quad -$$

46

Relie chaque puissance à sa réponse.



Complète par = ou ≠.

$$7^{-2} \neq -49$$

$$\frac{1}{5^{-1}} = 5$$

$$3^{-3} \neq -9$$

$$17^{-2} \neq -34$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3^{-3}} = 27$$

$$\frac{2^{-2}}{3} \neq \frac{4}{3}$$

$$10^{-3} \neq \frac{1}{30}$$

Complète par V (vrai) ou F (faux) et corrige si cela est nécessaire.

	V ou F	Correction		V ou F	Correction
$-5^2 = -25$	V		$(-4)^{-3} = 64$	F	$\frac{1}{(-4)^3} = \frac{-1}{64}$
$5^{-2} = -25$	F	$\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$	$-4^{-3} = -64$	F	$\frac{-1}{4^3} = \frac{-1}{64}$
$(-5)^2 = -25$	F	25	$-4^3 = -64$	V	
$-5^{-2} = -25$	F	$\frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25}$	$(-4)^3 = -64$	V	
$(-5)^{-2} = 25$	F	$\frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$	$4^{-3} = -64$	F	$\frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

Nom :

Prénom :

Classe :

Fiche 3.2 Utilisation des puissances à exposants positifs

1) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve** la **base** et on **additionne** les **exposants**.

$$\text{Exemples : } a^3 \cdot a^5 = a^{3+5} = a^8$$

$$2x^4 \cdot 5x^3 = 10 \cdot x^{4+3} = 10x^7$$

Réduis les expressions suivantes.

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$$

$$2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^{3+2} = 6a^5$$

$$-4a^2 \cdot 3a^5 = -12a^{2+5} = -12a^7$$

$$3a \cdot 5a = 15a^{1+1} = 15a^2$$

$$a^3 \cdot 2a^5 = 2a^{3+5} = 2a^8$$

$$(-2a) \cdot (-3a^5) = 6a^{1+5} = 6a^6$$

2) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

$$\text{Exemples : } (a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

$$(x^4)^4 = x^{4 \cdot 4} = x^{16}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^7)^3 = a^{7 \cdot 3} = a^{21}$$

$$(b^3)^3 = b^{3 \cdot 3} = b^9$$

$$(c^5)^2 = c^{5 \cdot 2} = c^{10}$$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } a^3 \cdot (a^2)^4 &= a^3 \cdot a^8 && \text{Puissance d'une puissance} \\ &= a^{11} && \text{Produit de puissances de même base} \end{aligned}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^3)^2 \cdot a^4 = a^6 \cdot a^4 = a^{10}$$

$$a \cdot (a^5)^3 = a \cdot a^{15} = a^{16}$$

$$(a^3)^3 \cdot a^3 = a^9 \cdot a^3 = a^{12}$$

$$-2a^2 \cdot (a^3)^2 = -2a^2 \cdot a^6 = -2a^8$$

$$-a^4 \cdot (b^3)^4 \cdot a^3 = -a^4 \cdot b^{12} \cdot a^3 = -a^7 b^{12}$$

3) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève** chaque **facteur** à cette puissance.

$$\text{Exemples : } (3 \cdot a)^2 = 3^2 \cdot a^2 = 9a^2$$

$$(-2 \cdot b)^3 = (-2)^3 \cdot b^3 = -8b^3$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(x \cdot y)^4 = x^4 y^4$$

$$(-a \cdot b)^6 = (-a)^6 \cdot b^6 = a^6 b^6$$

$$(5 \cdot x)^2 = 5^2 \cdot x^2 = 25x^2$$

$$(-2x)^4 = (-2)^4 \cdot x^4 = 16x^4$$

$$(-3 \cdot y)^4 = (-3)^4 \cdot y^4 = 81y^4$$

$$(-10a)^3 = (-10)^3 \cdot a^3 = -1000a^3$$

$$(-2 \cdot a)^5 = (-2)^5 \cdot a^5 = -32a^5$$

$$(3ab)^2 = 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 9a^2 b^2$$

$$(4 \cdot a \cdot c)^3 = 4^3 \cdot a^3 \cdot c^3 = 64a^3 c^3$$

$$(-ab)^3 = (-a)^3 \cdot b^3 = -a^3 b^3$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } (a^2 \cdot b^3)^4 &= (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 && \text{Puissance d'un produit} \\ &= a^8 \cdot b^{12} && \text{Puissance d'une puissance} \end{aligned}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^5 \cdot b^2)^3 = (a^5)^3 \cdot (b^2)^3 = a^{15}b^6$$

$$(2x^2y^4)^3 = 2^3 \cdot (x^2)^3 \cdot (y^4)^3 = 8x^6y^{12}$$

$$(3 \cdot a^3)^2 = 3^2 \cdot (a^3)^2 = 9a^6$$

$$(-ab^2)^4 = (-a)^4 \cdot (b^2)^4 = a^4b^8$$

$$(-2 \cdot a^2)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 = -8a^6$$

$$(-3xy^3)^3 = (-3)^3 \cdot x^3 \cdot (y^3)^3 = -27x^3y^9$$

$$(a^3b^4c^2)^2 = (a^3)^2 \cdot (b^4)^2 \cdot (c^2)^2 = a^6b^8c^4$$

$$(5a^3b^4)^3 = 5^3 \cdot (a^3)^3 \cdot (b^4)^3 = 125a^9b^{12}$$

4) Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on élève chaque terme de la fraction à cette puissance.

$$\text{Exemples : } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \qquad \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2} = \frac{x^2}{9} \qquad \left(\frac{a^5}{b^3}\right)^3 = \frac{(a^5)^3}{(b^3)^3} = \frac{a^{15}}{b^9}$$

48

Réduis les expressions suivantes.

$$\left(\frac{x}{3z}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2z^2} = \frac{x^2}{9z^2}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^4 = \frac{(a^3)^4}{(b^4)^4} = \frac{a^{12}}{b^{16}}$$

$$\left(\frac{3a}{b^3}\right)^4 = \frac{3^4a^4}{(b^3)^4} = \frac{81a^4}{b^{12}}$$

5) Exercices de synthèse

Indique le(s) numéro(s) de la (des) propriété(s) qu'il faut utiliser pour réduire les expressions suivantes, puis applique-les en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

1. Produit de puissances de même base
3. Puissance d'un produit

2. Puissance d'une puissance
4. Puissance d'une fraction

3-2 $(3a^3)^3 = 27a^9$

3-2 $(-4a^3)^2 = 16a^6$

3 $(-4a)^2 = 16a^2$

2 $-4 \cdot (a^5)^2 = -4a^{10}$

1 $-4a \cdot 5a^2 = -20a^3$

3-2 $(-2a^3b)^2 = 4a^6b^2$

3-2 $(-10x^3)^3 = -1000x^9$

3-2 $-3(a^2b^3)^4 = -3a^8b^{12}$

3 $(3ab)^2 = 9a^2b^2$

3-2 $(-a^3bc^2)^4 = a^{12}b^4c^8$

1 $5a^2 \cdot (-3a^4) = -15a^6$

2 $(-a^2)^3 = -a^6$

3-2 $(-2x^2)^3 = -8x^6$

1 $4x^5 \cdot (-4x^5) = -16x^{10}$

3 $(-2x)^5 = -32x^5$

3-2 $(-5a^2)^3 = -125a^6$

1 $-5a^4 \cdot 5a^4 = -25a^8$

1 $-2a^3 \cdot 3a^4 = -6a^7$

4-2 $\left(\frac{ab^2}{3c^2}\right)^4 = \frac{a^4b^8}{81c^8}$

4-2 $\left(\frac{-2a^2}{b^3}\right)^5 = \frac{-32a^{10}}{b^{15}}$

Fiche 3.3 Utilisation des puissances à exposants négatifs

1) Transformations d'écriture

Rendre les exposants positifs

Avant de calculer des puissances **numériques**, il est impératif de rendre leurs exposants positifs.

$$\text{Exemples : } (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} \quad \frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 25 \quad (-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$$

La réponse finale d'un calcul comprenant des puissances **littérales** s'écrit généralement en utilisant les exposants positifs.

$$\text{Exemples : } a^{-3} = \frac{1}{a^3} \quad a^2 b^{-3} = \frac{a^2}{b^3} \quad a^{-2} b^3 = \frac{b^3}{a^2} \quad a^{-2} b^{-3} = \frac{1}{a^2 b^3}$$

Transformer les quotients en produits

Dans des calculs sur les puissances **littérales**, il est plus facile de transformer les quotients en produits.

$$\text{Exemples : } \frac{1}{a^3} = a^{-3} \quad \frac{1}{a^{-2}} = a^2 \quad \frac{a^{-4}}{b^{-5}} = a^{-4} \cdot b^5 = a^{-4} b^5$$

Écris les expressions suivantes avec des exposants positifs, puis calcule.

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} \quad (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25} \quad (-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

$$7^{-1} = \frac{1}{7} \quad 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \quad -5^{-2} = \frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25} \quad -4^{-3} = \frac{-1}{4^3} = \frac{-1}{64}$$

Écris les expressions suivantes avec des exposants positifs, puis calcule.

$$4^2 \cdot 2^{-3} = \frac{4^2}{2^3} = \frac{16}{8} = 2 \quad 6^{-2} \cdot 3^4 = \frac{3^4}{6^2} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4} \quad 2^3 \cdot 4^{-2} = \frac{2^3}{4^2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$10^2 \cdot 5^{-2} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = 4 \quad 8^{-2} \cdot 4^3 = \frac{4^3}{8^2} = \frac{64}{64} = 1 \quad 3^3 \cdot 9^{-1} = \frac{3^3}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

Transforme les expressions ci-dessous en produits.

$$\frac{a^{-2}}{b^{-3}} = a^{-2} b^3 \quad \frac{a^2}{b^{-4}} = a^2 b^4 \quad \frac{a^2}{b^{-3} c^4} = a^2 b^3 c^{-4} \quad \frac{a^{-2}}{b^3 c^{-2}} = a^{-2} b^{-3} c^2$$

$$\frac{a^{-4}}{b^3} = a^{-4} b^{-3} \quad \frac{a^5}{b^3} = a^5 b^{-3} \quad \frac{a^3}{b^2 c^4} = a^3 b^{-2} c^{-4} \quad \frac{a^4}{b^2 c^3} = a^4 b^{-2} c^{-3}$$

2) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve la base** et on **additionne les exposants**.

$$\text{Exemples : } b^{-4} \cdot b^7 = b^{-4+7} = b^3$$

$$a^3 \cdot a^{-5} = a^{3+(-5)} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\text{Exemple : } a^3 \cdot (a^{-2})^4 = a^3 \cdot a^{-8} \\ = a^{-5} \\ = \frac{1}{a^5}$$

Puissance d'une puissance
Produit de puissances de même base
Transformation (exposants positifs)

Nom :

Prénom :

Classe :

Réduis les expressions ci-dessous et écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$x^7 \cdot x^{-3} = x^{7+(-3)} = x^4$$

$$c^2 \cdot c^{-7} = c^{2+(-7)} = c^{-5} = \frac{1}{c^5}$$

$$2y^{-5} \cdot 3y^{-5} = 6y^{-5+(-5)} = 6y^{-10} = \frac{6}{y^{10}}$$

3) Quotient de puissances de même base

Pour réduire un quotient de deux puissances de même base, il est conseillé de le transformer en un produit.

Exemples : $\frac{b^3}{b^{-6}} = b^3 \cdot b^6 = b^{3+6} = b^9$

$$\frac{a^5}{a^7} = a^5 \cdot a^{-7} = a^{5-7} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Transforme les expressions ci-dessous en un produit, réduis-les, puis écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$\frac{a^5}{a^4} = a^5 \cdot a^{-4} = a$$

$$\frac{a^{-7}}{a^2} = a^{-7} \cdot a^{-2} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

$$\frac{a^3}{a^{-3}} = a^3 \cdot a^3 = a^6$$

$$\frac{a^{-4}}{a^{-7}} = a^{-4} \cdot a^7 = a^3$$

$$\frac{a^7}{a^{-5}} = a^7 \cdot a^5 = a^{12}$$

$$\frac{a^2}{a^5} = a^2 \cdot a^{-5} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

50

4) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

Exemples : $(a^{-3})^2 = a^{-3 \cdot 2} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$ $(b^4)^{-3} = b^{4 \cdot (-3)} = b^{-12} = \frac{1}{b^{12}}$ $(c^{-2})^{-3} = c^{-2 \cdot (-3)} = c^6$

Réduis les expressions suivantes en utilisant la technique expliquée ci-dessus.

$$(a^{-2})^3 = a^{-2 \cdot 3} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$$

$$(a^{-4})^{-2} = a^{-4 \cdot (-2)} = a^8$$

$$(a^{-7})^{-3} = a^{-7 \cdot (-3)} = a^{21}$$

$$(a^2)^{-5} = a^{2 \cdot (-5)} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$$

$$(a^{-2})^2 = a^{-2 \cdot 2} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$(a^3)^{-3} = a^{3 \cdot (-3)} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

5) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève chaque facteur** à **cette puissance**.

Exemples : $(ab)^2 = a^2 \cdot b^2$ $(ab)^{-3} = a^{-3} \cdot b^{-3} = \frac{1}{a^3 b^3}$ $(2a)^{-5} = 2^{-5} \cdot a^{-5} = \frac{1}{2^5 a^5} = \frac{1}{32a^5}$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

Exemples

$$(a^4 b^{-2})^{-3} = (a^4)^{-3} (b^{-2})^{-3}$$

Puissance d'un produit

$$(-2b^{-5})^{-3} = (-2)^{-3} (b^{-5})^{-3}$$

$$= a^{-12} \cdot b^6$$

Puissance d'une puissance

$$= (-2)^{-3} \cdot b^{15}$$

$$= \frac{b^6}{a^{12}}$$

Transformation (exposants positifs)

$$= \frac{b^{15}}{(-2)^3}$$

$$= \frac{b^{15}}{-8} = \frac{-b^{15}}{8}$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Réduis les expressions suivantes en utilisant la technique expliquée ci-dessus.

$$(ab)^{-4} = a^{-4} \cdot b^{-4} = \frac{1}{a^4 b^4}$$

$$(3a^{-2})^3 = 3^3 \cdot (a^{-2})^3 = 27 \cdot a^{-6} = \frac{27}{a^6}$$

$$(2a)^{-3} = 2^{-3} \cdot a^{-3} = \frac{1}{2^3 a^3} = \frac{1}{8a^3}$$

$$(-5a^{-3})^{-2} = (-5)^{-2} \cdot (a^{-3})^{-2} = \frac{a^6}{(-5)^2} = \frac{a^6}{25}$$

$$(a^3b)^{-2} = (a^3)^{-2} \cdot b^{-2} = a^{-6} \cdot b^{-2} = \frac{1}{a^6 b^2}$$

$$(-4a^5)^{-3} = (-4)^{-3} \cdot (a^5)^{-3} = \frac{a^{-15}}{(-4)^3} = \frac{-1}{64a^{15}}$$

6) Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on peut :

- élever chaque terme de la fraction à cette puissance;
- transformer la fraction en un produit.

Exemple : $\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^5 = (a^{-4} \cdot b^{-2})^5 = (a^{-4})^5 \cdot (b^{-2})^5 = a^{-20}b^{10}$ ou $\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^5 = \frac{(a^{-4})^5}{(b^2)^5} = \frac{a^{-20}}{b^{10}} = a^{-20}b^{10}$

Réduis les expressions suivantes en utilisant une des deux techniques expliquées ci-dessus.

$$\left(\frac{x^2}{y^4}\right)^{-2} = (x^2 \cdot y^{-4})^{-2} = (x^2)^{-2} \cdot (y^{-4})^{-2} = x^{-4}y^8 = \frac{y^8}{x^4}$$

$$\left(\frac{x^{-4}}{y^5}\right)^{-5} = (x^{-4} \cdot y^{-5})^{-5} = (x^{-4})^{-5} \cdot (y^{-5})^{-5} = x^{20}y^{25}$$

$$\left(\frac{a^4}{b^{-2}}\right)^{-4} = (a^4 \cdot b^2)^{-4} = (a^4)^{-4} \cdot (b^2)^{-4} = a^{-16}b^{-8} = \frac{1}{a^{16}b^8}$$

$$\left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^{-3} = (2x^2y^{-3})^{-3} = 2^{-3}(x^2)^{-3}(y^{-3})^{-3} = \frac{x^{-6}y^9}{2^3} = \frac{y^9}{8x^6}$$

$$\left(\frac{3a^{-3}}{b^{-4}}\right)^{-2} = (3a^{-3}b^4)^{-2} = 3^{-2}(a^{-3})^{-2}(b^4)^{-2} = \frac{a^6b^{-8}}{3^2} = \frac{a^6}{9b^8}$$

51

7) Exercices de synthèse

Entoure la bonne réponse.

$3^{-2} = \begin{matrix} 9 & -9 & \boxed{\frac{1}{9}} \end{matrix}$

$a^3 \cdot a^{-3} = \begin{matrix} 0 & \boxed{1} & a^{-9} \end{matrix}$

$(-3)^2 = \begin{matrix} \boxed{9} & -9 & \frac{1}{9} \end{matrix}$

$(a^{-2})^3 = \begin{matrix} a^{-5} & \boxed{a^{-6}} & a^{-8} \end{matrix}$

$(-3)^{-2} = \begin{matrix} 9 & -9 & \boxed{\frac{1}{9}} \end{matrix}$

$2ab^{-1} = \begin{matrix} \frac{1}{2ab} & \frac{2}{ab} & \boxed{\frac{2a}{b}} \end{matrix}$

$a^{-5} = \begin{matrix} -a^5 & \boxed{\frac{1}{a^5}} & \frac{-1}{a^5} \end{matrix}$

$(-5a)^{-2} = \begin{matrix} 25a^2 & \boxed{\frac{1}{25a^2}} & \frac{25}{a^2} \end{matrix}$

$(-a)^{-3} = \begin{matrix} a^3 & \frac{1}{a^3} & \boxed{\frac{-1}{a^3}} \end{matrix}$

$\left(\frac{a}{b^{-1}}\right)^{-2} = \begin{matrix} \frac{1}{a^2b^2} & \boxed{\frac{1}{a^2b^2}} & \frac{b^2}{a^2} & \frac{b^2}{a^{-2}} \end{matrix}$

$(2a)^{-2} = \begin{matrix} -4a^2 & \boxed{\frac{1}{4a^2}} & \frac{-4}{a^2} \end{matrix}$

$a^6 \cdot a = \begin{matrix} 2a^6 & \boxed{a^7} & a^6 \end{matrix}$

Reconnais la(les) propriété(s) qu'il faut utiliser, puis réduis en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

1. Produit de puissances de même base
2. Quotient de puissances de même base
3. Puissance d'une puissance

4. Puissance d'un produit
5. Puissance d'une fraction

$$1 \quad a^{-7} \cdot a^3 = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$4-3 \quad (4a^{-2})^{-3} = 4^{-3} a^6 = \frac{a^6}{4^3} = \frac{a^6}{64}$$

$$3 \quad (a^5)^{-2} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$$

$$1 \quad -5a^2 \cdot 2a^{-5} = (-10) a^{-3} = \frac{-10}{a^3}$$

$$2-1 \quad \frac{2a^6}{a^{-2}} = 2a^6 \cdot a^2 = 2a^8$$

$$2-1-3 \quad \left(\frac{a^{-2}}{a^3}\right)^{-3} = (a^{-2} \cdot a^{-3})^{-3} = (a^{-5})^{-3} = a^{15}$$

$$4 \quad (-4a)^2 = (-4)^2 \cdot a^2 = 16a^2$$

$$5-3 \quad \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{-2} = (a^{-2} \cdot b^{-3})^{-2} = a^4 b^6$$

$$4-3 \quad (ab^{-2})^{-4} = a^{-4} b^8 = \frac{b^8}{a^4}$$

$$1 \quad 4a^{-2} \cdot 2a^{-7} = 8 \cdot a^{-9} = \frac{8}{a^9}$$

Complète.

52

$$a^{-2} \cdot a^{-4} = a^{-6}$$

$$\frac{a^2}{a^8} = a^{-6}$$

$$(5a^{-3})^2 = \frac{25}{a^6}$$

$$a^2 \cdot b^3 = \frac{1}{a^{-2}b^{-3}}$$

$$(a^{-2})^3 = a^{-6}$$

$$(a \cdot b)^{-2} = \frac{1}{a^2 b^2}$$

$$\left(\frac{a^2}{a^{-1}}\right)^2 = a^6$$

$$(3a^{-3}b^4)^{-2} = \frac{a^6}{9b^8}$$

$$(a^3)^{-2} = \frac{1}{a^6}$$

$$(a \cdot b^{-2})^{-2} = \frac{b^4}{a^2}$$

$$\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} = \frac{b^9}{a^6}$$

$$(a^2b^{-3})^{-2} = \frac{b^6}{a^4}$$

Réduis les expressions ci-dessous et écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$\left(\frac{3b^{-2}}{a^{-4}}\right)^{-2} = (3 \cdot a^4 \cdot b^{-2})^{-2} = 3^{-2} \cdot (a^4)^{-2} \cdot (b^{-2})^{-2} = \frac{a^{-8}b^4}{3^2} = \frac{b^4}{9a^8}$$

$$\left(\frac{2a^{-2}}{a^4}\right)^{-4} = (2a^{-2} \cdot a^{-4})^{-4} = (2a^{-6})^{-4} = 2^{-4} \cdot (a^{-6})^{-4} = \frac{a^{24}}{2^4} = \frac{a^{24}}{16}$$

$$3a \cdot (-2a)^{-2} = 3a \cdot (-2)^{-2} \cdot a^{-2} = \frac{3a^{-1}}{(-2)^2} = \frac{3}{4a}$$

$$(-4a^{-2}b^3)^{-3} = (-4)^{-3} \cdot (a^{-2})^{-3} \cdot (b^3)^{-3} = \frac{a^6b^{-9}}{(-4)^3} = \frac{-a^6}{64b^9}$$

$$\left(\frac{2x^2}{y^{-5}}\right)^{-3} = (2 \cdot x^2 \cdot y^5)^{-3} = 2^{-3} \cdot (x^2)^{-3} \cdot (y^5)^{-3} = \frac{x^{-6}y^{-15}}{2^3} = \frac{1}{8x^6y^{15}}$$

$$(3a^2)^{-2} \cdot (ab)^3 = 3^{-2} \cdot (a^2)^{-2} \cdot a^3 \cdot b^3 = \frac{a^{-4} \cdot a^3 \cdot b^3}{3^2} = \frac{a^{-1} \cdot b^3}{9} = \frac{b^3}{9a}$$

$$-5(a^{-2})^3 \cdot (2a)^{-2} = -5 \cdot a^{-6} \cdot 2^{-2} \cdot a^{-2} = \frac{-5 \cdot a^{-8}}{2^2} = \frac{-5}{4a^8}$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Calcule mentalement.

$$(-6)^2 = 36$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125}$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$6^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{-1}{125}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$(-4)^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$(-6)^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$(-5)^3 = -125$$

$$(-2)^{-3} = \frac{-1}{8}$$

$$(-4)^2 = 16$$

3) Importance du décodage

-3^2 est l'**opposé** du carré de 3.

$$\underline{\underline{-3^2}} = -9$$

$(-3)^2$ est le **carré** de l'opposé de 3.

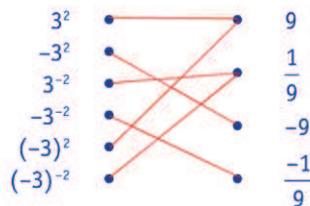
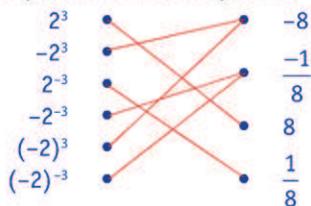
$$\underline{\underline{(-3)^2}} = 9$$

Détermine le signe (+ ou -) des puissances.

4^{-2}	+	-4^2	-	-3^{-2}	-	-6^2	-	-4^{-3}	-	-6^3	-
$(-4)^3$	-	$(-5)^2$	+	-5^{-3}	-	$(-2)^{-2}$	+	$(-7)^{-2}$	+	2^{-3}	+
-2^3	-	$(-4)^{-3}$	-	3^2	+	4^{-3}	+	4^3	+	-2^{-3}	-

46

Relie chaque puissance à sa réponse.



Complète par = ou ≠.

$7^{-2} \neq -49$	$\frac{1}{5^{-1}} = 5$	$3^{-3} \neq -9$	$17^{-2} \neq -34$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{3^{-3}} = 27$	$\frac{2^{-2}}{3} \neq \frac{4}{3}$	$10^{-3} \neq \frac{1}{30}$

Complète par V (vrai) ou F (faux) et corrige si cela est nécessaire.

	V ou F	Correction		V ou F	Correction
$-5^2 = -25$	V		$(-4)^{-3} = 64$	F	$\frac{1}{(-4)^3} = \frac{-1}{64}$
$5^{-2} = -25$	F	$\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$	$-4^{-3} = -64$	F	$\frac{-1}{4^3} = \frac{-1}{64}$
$(-5)^2 = -25$	F	25	$-4^3 = -64$	V	
$-5^{-2} = -25$	F	$\frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25}$	$(-4)^3 = -64$	V	
$(-5)^{-2} = 25$	F	$\frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$	$4^{-3} = -64$	F	$\frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

Nom :

Prénom :

Classe :

Fiche 3.2 Utilisation des puissances à exposants positifs

1) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve** la **base** et on **additionne** les **exposants**.

$$\text{Exemples : } a^3 \cdot a^5 = a^{3+5} = a^8$$

$$2x^4 \cdot 5x^3 = 10 \cdot x^{4+3} = 10x^7$$

Réduis les expressions suivantes.

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$$

$$2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^{3+2} = 6a^5$$

$$-4a^2 \cdot 3a^5 = -12a^{2+5} = -12a^7$$

$$3a \cdot 5a = 15a^{1+1} = 15a^2$$

$$a^3 \cdot 2a^5 = 2a^{3+5} = 2a^8$$

$$(-2a) \cdot (-3a^5) = 6a^{1+5} = 6a^6$$

2) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

$$\text{Exemples : } (a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

$$(x^4)^4 = x^{4 \cdot 4} = x^{16}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^7)^3 = a^{7 \cdot 3} = a^{21}$$

$$(b^3)^3 = b^{3 \cdot 3} = b^9$$

$$(c^5)^2 = c^{5 \cdot 2} = c^{10}$$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\text{Exemple : } a^3 \cdot (a^2)^4 = a^3 \cdot a^8 \quad \begin{array}{l} \text{Puissance d'une puissance} \\ = a^{11} \quad \text{Produit de puissances de même base} \end{array}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^3)^2 \cdot a^4 = a^6 \cdot a^4 = a^{10}$$

$$a \cdot (a^5)^3 = a \cdot a^{15} = a^{16}$$

$$(a^3)^3 \cdot a^3 = a^9 \cdot a^3 = a^{12}$$

$$-2a^2 \cdot (a^3)^2 = -2a^2 \cdot a^6 = -2a^8$$

$$-a^4 \cdot (b^3)^4 \cdot a^3 = -a^4 \cdot b^{12} \cdot a^3 = -a^7 b^{12}$$

3) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève** chaque **facteur** à cette puissance.

$$\text{Exemples : } (3 \cdot a)^2 = 3^2 \cdot a^2 = 9a^2$$

$$(-2 \cdot b)^3 = (-2)^3 \cdot b^3 = -8b^3$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(x \cdot y)^4 = x^4 y^4$$

$$(-a \cdot b)^6 = (-a)^6 \cdot b^6 = a^6 b^6$$

$$(5 \cdot x)^2 = 5^2 \cdot x^2 = 25x^2$$

$$(-2x)^4 = (-2)^4 \cdot x^4 = 16x^4$$

$$(-3 \cdot y)^4 = (-3)^4 \cdot y^4 = 81y^4$$

$$(-10a)^3 = (-10)^3 \cdot a^3 = -1000a^3$$

$$(-2 \cdot a)^5 = (-2)^5 \cdot a^5 = -32a^5$$

$$(3ab)^2 = 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 9a^2 b^2$$

$$(4 \cdot a \cdot c)^3 = 4^3 \cdot a^3 \cdot c^3 = 64a^3 c^3$$

$$(-ab)^3 = (-a)^3 \cdot b^3 = -a^3 b^3$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } (a^2 \cdot b^3)^4 &= (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 && \text{Puissance d'un produit} \\ &= a^8 \cdot b^{12} && \text{Puissance d'une puissance} \end{aligned}$$

Réduis les expressions suivantes.

$$(a^5 \cdot b^2)^3 = (a^5)^3 \cdot (b^2)^3 = a^{15}b^6$$

$$(2x^2y^4)^3 = 2^3 \cdot (x^2)^3 \cdot (y^4)^3 = 8x^6y^{12}$$

$$(3 \cdot a^3)^2 = 3^2 \cdot (a^3)^2 = 9a^6$$

$$(-ab^2)^4 = (-a)^4 \cdot (b^2)^4 = a^4b^8$$

$$(-2 \cdot a^2)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 = -8a^6$$

$$(-3xy^3)^3 = (-3)^3 \cdot x^3 \cdot (y^3)^3 = -27x^3y^9$$

$$(a^3b^4c^2)^2 = (a^3)^2 \cdot (b^4)^2 \cdot (c^2)^2 = a^6b^8c^4$$

$$(5a^3b^4)^3 = 5^3 \cdot (a^3)^3 \cdot (b^4)^3 = 125a^9b^{12}$$

4) Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on élève chaque terme de la fraction à cette puissance.

$$\text{Exemples : } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \qquad \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2} = \frac{x^2}{9} \qquad \left(\frac{a^5}{b^3}\right)^3 = \frac{(a^5)^3}{(b^3)^3} = \frac{a^{15}}{b^9}$$

48

Réduis les expressions suivantes.

$$\left(\frac{x}{3z}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2z^2} = \frac{x^2}{9z^2}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^4 = \frac{(a^3)^4}{(b^4)^4} = \frac{a^{12}}{b^{16}}$$

$$\left(\frac{3a}{b^3}\right)^4 = \frac{3^4a^4}{(b^3)^4} = \frac{81a^4}{b^{12}}$$

5) Exercices de synthèse

Indique le(s) numéro(s) de la (des) propriété(s) qu'il faut utiliser pour réduire les expressions suivantes, puis applique-les en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

1. Produit de puissances de même base
3. Puissance d'un produit

2. Puissance d'une puissance
4. Puissance d'une fraction

3-2 $(3a^3)^3 = 27a^9$

3-2 $(-4a^3)^2 = 16a^6$

3 $(-4a)^2 = 16a^2$

2 $-4 \cdot (a^5)^2 = -4a^{10}$

1 $-4a \cdot 5a^2 = -20a^3$

3-2 $(-2a^3b)^2 = 4a^6b^2$

3-2 $(-10x^3)^3 = -1000x^9$

3-2 $-3(a^2b^3)^4 = -3a^8b^{12}$

3 $(3ab)^2 = 9a^2b^2$

3-2 $(-a^3bc^2)^4 = a^{12}b^4c^8$

1 $5a^2 \cdot (-3a^4) = -15a^6$

2 $(-a^2)^3 = -a^6$

3-2 $(-2x^2)^3 = -8x^6$

1 $4x^5 \cdot (-4x^5) = -16x^{10}$

3 $(-2x)^5 = -32x^5$

3-2 $(-5a^2)^3 = -125a^6$

1 $-5a^4 \cdot 5a^4 = -25a^8$

1 $-2a^3 \cdot 3a^4 = -6a^7$

4-2 $\left(\frac{ab^2}{3c^2}\right)^4 = \frac{a^4b^8}{81c^8}$

4-2 $\left(\frac{-2a^2}{b^3}\right)^5 = \frac{-32a^{10}}{b^{15}}$

Fiche 3.3 Utilisation des puissances à exposants négatifs

1) Transformations d'écriture

Rendre les exposants positifs

Avant de calculer des puissances **numériques**, il est impératif de rendre leurs exposants positifs.

$$\text{Exemples : } (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} \quad \frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 25 \quad (-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$$

La réponse finale d'un calcul comprenant des puissances **littérales** s'écrit généralement en utilisant les exposants positifs.

$$\text{Exemples : } a^{-3} = \frac{1}{a^3} \quad a^2 b^{-3} = \frac{a^2}{b^3} \quad a^{-2} b^3 = \frac{b^3}{a^2} \quad a^{-2} b^{-3} = \frac{1}{a^2 b^3}$$

Transformer les quotients en produits

Dans des calculs sur les puissances **littérales**, il est plus facile de transformer les quotients en produits.

$$\text{Exemples : } \frac{1}{a^3} = a^{-3} \quad \frac{1}{a^{-2}} = a^2 \quad \frac{a^{-4}}{b^{-5}} = a^{-4} \cdot b^5 = a^{-4} b^5$$

Écris les expressions suivantes avec des exposants positifs, puis calcule.

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} \quad (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25} \quad (-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

$$7^{-1} = \frac{1}{7} \quad 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \quad -5^{-2} = \frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25} \quad -4^{-3} = \frac{-1}{4^3} = \frac{-1}{64}$$

Écris les expressions suivantes avec des exposants positifs, puis calcule.

$$4^2 \cdot 2^{-3} = \frac{4^2}{2^3} = \frac{16}{8} = 2 \quad 6^{-2} \cdot 3^4 = \frac{3^4}{6^2} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4} \quad 2^3 \cdot 4^{-2} = \frac{2^3}{4^2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$10^2 \cdot 5^{-2} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = 4 \quad 8^{-2} \cdot 4^3 = \frac{4^3}{8^2} = \frac{64}{64} = 1 \quad 3^3 \cdot 9^{-1} = \frac{3^3}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

Transforme les expressions ci-dessous en produits.

$$\frac{a^{-2}}{b^{-3}} = a^{-2} b^3 \quad \frac{a^2}{b^{-4}} = a^2 b^4 \quad \frac{a^2}{b^{-3} c^4} = a^2 b^3 c^{-4} \quad \frac{a^{-2}}{b^3 c^{-2}} = a^{-2} b^{-3} c^2$$

$$\frac{a^{-4}}{b^3} = a^{-4} b^{-3} \quad \frac{a^5}{b^3} = a^5 b^{-3} \quad \frac{a^3}{b^2 c^4} = a^3 b^{-2} c^{-4} \quad \frac{a^4}{b^2 c^3} = a^4 b^{-2} c^{-3}$$

2) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve la base** et on **additionne les exposants**.

$$\text{Exemples : } b^{-4} \cdot b^7 = b^{-4+7} = b^3$$

$$a^3 \cdot a^{-5} = a^{3+(-5)} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

$$\text{Exemple : } a^3 \cdot (a^{-2})^4 = a^3 \cdot a^{-8} \\ = a^{-5} \\ = \frac{1}{a^5}$$

Puissance d'une puissance
Produit de puissances de même base
Transformation (exposants positifs)

Nom :

Prénom :

Classe :

Réduis les expressions ci-dessous et écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$x^7 \cdot x^{-3} = x^{7+(-3)} = x^4$$

$$c^2 \cdot c^{-7} = c^{2+(-7)} = c^{-5} = \frac{1}{c^5}$$

$$2y^{-5} \cdot 3y^{-5} = 6y^{-5+(-5)} = 6y^{-10} = \frac{6}{y^{10}}$$

3) Quotient de puissances de même base

Pour réduire un quotient de deux puissances de même base, il est conseillé de le transformer en un produit.

Exemples : $\frac{b^3}{b^{-6}} = b^3 \cdot b^6 = b^{3+6} = b^9$

$$\frac{a^5}{a^7} = a^5 \cdot a^{-7} = a^{5-7} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Transforme les expressions ci-dessous en un produit, réduis-les, puis écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$\frac{a^5}{a^4} = a^5 \cdot a^{-4} = a$$

$$\frac{a^{-7}}{a^2} = a^{-7} \cdot a^{-2} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

$$\frac{a^3}{a^{-3}} = a^3 \cdot a^3 = a^6$$

$$\frac{a^{-4}}{a^{-7}} = a^{-4} \cdot a^7 = a^3$$

$$\frac{a^7}{a^{-5}} = a^7 \cdot a^5 = a^{12}$$

$$\frac{a^2}{a^5} = a^2 \cdot a^{-5} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

50

4) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

Exemples : $(a^{-3})^2 = a^{-3 \cdot 2} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$ $(b^4)^{-3} = b^{4 \cdot (-3)} = b^{-12} = \frac{1}{b^{12}}$ $(c^{-2})^{-3} = c^{-2 \cdot (-3)} = c^6$

Réduis les expressions suivantes en utilisant la technique expliquée ci-dessus.

$$(a^{-2})^3 = a^{-2 \cdot 3} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$$

$$(a^{-4})^{-2} = a^{-4 \cdot (-2)} = a^8$$

$$(a^{-7})^{-3} = a^{-7 \cdot (-3)} = a^{21}$$

$$(a^2)^{-5} = a^{2 \cdot (-5)} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$$

$$(a^{-2})^2 = a^{-2 \cdot 2} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$(a^3)^{-3} = a^{3 \cdot (-3)} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

5) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève chaque facteur à cette puissance**.

Exemples : $(ab)^2 = a^2 \cdot b^2$ $(ab)^{-3} = a^{-3} \cdot b^{-3} = \frac{1}{a^3 b^3}$ $(2a)^{-5} = 2^{-5} \cdot a^{-5} = \frac{1}{2^5 a^5} = \frac{1}{32a^5}$

Attention : dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

Exemples

$$(a^4 b^{-2})^{-3} = (a^4)^{-3} (b^{-2})^{-3}$$

Puissance d'un produit

$$(-2b^{-5})^{-3} = (-2)^{-3} (b^{-5})^{-3}$$

$$= a^{-12} \cdot b^6$$

Puissance d'une puissance

$$= (-2)^{-3} \cdot b^{15}$$

$$= \frac{b^6}{a^{12}}$$

Transformation (exposants positifs)

$$= \frac{b^{15}}{(-2)^3}$$

$$= \frac{b^{15}}{-8} = \frac{-b^{15}}{8}$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Réduis les expressions suivantes en utilisant la technique expliquée ci-dessus.

$$(ab)^{-4} = a^{-4} \cdot b^{-4} = \frac{1}{a^4 b^4}$$

$$(3a^{-2})^3 = 3^3 \cdot (a^{-2})^3 = 27 \cdot a^{-6} = \frac{27}{a^6}$$

$$(2a)^{-3} = 2^{-3} \cdot a^{-3} = \frac{1}{2^3 a^3} = \frac{1}{8a^3}$$

$$(-5a^{-3})^{-2} = (-5)^{-2} \cdot (a^{-3})^{-2} = \frac{a^6}{(-5)^2} = \frac{a^6}{25}$$

$$(a^3b)^{-2} = (a^3)^{-2} \cdot b^{-2} = a^{-6} \cdot b^{-2} = \frac{1}{a^6 b^2}$$

$$(-4a^5)^{-3} = (-4)^{-3} \cdot (a^5)^{-3} = \frac{a^{-15}}{(-4)^3} = \frac{-1}{64a^{15}}$$

6) Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on peut :

- élever chaque terme de la fraction à cette puissance;
- transformer la fraction en un produit.

Exemple : $\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^5 = (a^{-4} \cdot b^{-2})^5 = (a^{-4})^5 \cdot (b^{-2})^5 = a^{-20}b^{10}$ ou $\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^5 = \frac{(a^{-4})^5}{(b^2)^5} = \frac{a^{-20}}{b^{10}} = a^{-20}b^{10}$

Réduis les expressions suivantes en utilisant une des deux techniques expliquées ci-dessus.

$$\left(\frac{x^2}{y^4}\right)^{-2} = (x^2 \cdot y^{-4})^{-2} = (x^2)^{-2} \cdot (y^{-4})^{-2} = x^{-4}y^8 = \frac{y^8}{x^4}$$

$$\left(\frac{x^{-4}}{y^5}\right)^{-5} = (x^{-4} \cdot y^{-5})^{-5} = (x^{-4})^{-5} \cdot (y^{-5})^{-5} = x^{20}y^{25}$$

$$\left(\frac{a^4}{b^{-2}}\right)^{-4} = (a^4 \cdot b^2)^{-4} = (a^4)^{-4} \cdot (b^2)^{-4} = a^{-16}b^{-8} = \frac{1}{a^{16}b^8}$$

$$\left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^{-3} = (2x^2y^{-3})^{-3} = 2^{-3}(x^2)^{-3}(y^{-3})^{-3} = \frac{x^{-6}y^9}{2^3} = \frac{y^9}{8x^6}$$

$$\left(\frac{3a^{-3}}{b^{-4}}\right)^{-2} = (3a^{-3}b^4)^{-2} = 3^{-2}(a^{-3})^{-2}(b^4)^{-2} = \frac{a^6b^{-8}}{3^2} = \frac{a^6}{9b^8}$$

51

7) Exercices de synthèse

Entoure la bonne réponse.

$3^{-2} =$

9	-9	$\frac{1}{9}$
---	----	---------------

$a^3 \cdot a^{-3} =$

0	1	a^{-9}
---	---	----------

$(-3)^2 =$

9	-9	$\frac{1}{9}$
---	----	---------------

$(a^{-2})^3 =$

a^{-5}	a^{-6}	a^{-8}
----------	----------	----------

$(-3)^{-2} =$

9	-9	$\frac{1}{9}$
---	----	---------------

$2ab^{-1} =$

$\frac{1}{2ab}$	$\frac{2}{ab}$	$\frac{2a}{b}$
-----------------	----------------	----------------

$a^{-5} =$

$-a^5$	$\frac{1}{a^5}$	$\frac{-1}{a^5}$
--------	-----------------	------------------

$(-5a)^{-2} =$

$25a^2$	$\frac{1}{25a^2}$	$\frac{25}{a^2}$
---------	-------------------	------------------

$(-a)^{-3} =$

a^3	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{-1}{a^3}$
-------	-----------------	------------------

$\left(\frac{a}{b^{-1}}\right)^{-2} =$

$\frac{1}{a^2b^2}$	$\frac{b^2}{a^2}$	$\frac{b^2}{a^{-2}}$
--------------------	-------------------	----------------------

$(2a)^{-2} =$

$-4a^2$	$\frac{1}{4a^2}$	$\frac{-4}{a^2}$
---------	------------------	------------------

$a^6 \cdot a =$

$2a^6$	a^7	a^6
--------	-------	-------

Reconnais la(les) propriété(s) qu'il faut utiliser, puis réduis en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

1. Produit de puissances de même base
2. Quotient de puissances de même base
3. Puissance d'une puissance

$$1 \quad a^{-7} \cdot a^3 = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$3 \quad (a^5)^{-2} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$$

$$2-1 \quad \frac{2a^6}{a^{-2}} = 2a^6 \cdot a^2 = 2a^8$$

$$4 \quad (-4a)^2 = (-4)^2 \cdot a^2 = 16a^2$$

$$4-3 \quad (ab^{-2})^{-4} = a^{-4}b^8 = \frac{b^8}{a^4}$$

4. Puissance d'un produit
5. Puissance d'une fraction

$$4-3 \quad (4a^{-2})^{-3} = 4^{-3}a^6 = \frac{a^6}{4^3} = \frac{a^6}{64}$$

$$1 \quad -5a^2 \cdot 2a^{-5} = (-10) a^{-3} = \frac{-10}{a^3}$$

$$2-1-3 \quad \left(\frac{a^{-2}}{a^3}\right)^{-3} = (a^{-2} \cdot a^{-3})^{-3} = (a^{-5})^{-3} = a^{15}$$

$$5-3 \quad \left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{-2} = (a^{-2} \cdot b^{-3})^{-2} = a^4b^6$$

$$1 \quad 4a^{-2} \cdot 2a^{-7} = 8 \cdot a^{-9} = \frac{8}{a^9}$$

Complète.

52

$$a^{-2} \cdot a^{-4} = a^{-6}$$

$$\frac{a^2}{a^8} = a^{-6}$$

$$(5a^{-3})^2 = \frac{25}{a^6}$$

$$a^2 \cdot b^3 = \frac{1}{a^{-2}b^{-3}}$$

$$(a^{-2})^3 = a^{-6}$$

$$(a \cdot b)^{-2} = \frac{1}{a^2b^2}$$

$$\left(\frac{a^2}{a^{-1}}\right)^2 = a^6$$

$$(3a^{-3}b^4)^{-2} = \frac{a^6}{9b^8}$$

$$(a^3)^{-2} = \frac{1}{a^6}$$

$$(a \cdot b^{-2})^{-2} = \frac{b^4}{a^2}$$

$$\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} = \frac{b^9}{a^6}$$

$$(a^2b^{-3})^{-2} = \frac{b^6}{a^4}$$

Réduis les expressions ci-dessous et écris ta réponse finale en n'utilisant que des exposants positifs.

$$\left(\frac{3b^{-2}}{a^{-4}}\right)^{-2} = (3 \cdot a^4 \cdot b^{-2})^{-2} = 3^{-2} \cdot (a^4)^{-2} \cdot (b^{-2})^{-2} = \frac{a^{-8}b^4}{3^2} = \frac{b^4}{9a^8}$$

$$\left(\frac{2a^{-2}}{a^4}\right)^{-4} = (2a^{-2} \cdot a^{-4})^{-4} = (2a^{-6})^{-4} = 2^{-4} \cdot (a^{-6})^{-4} = \frac{a^{24}}{2^4} = \frac{a^{24}}{16}$$

$$3a \cdot (-2a)^{-2} = 3a \cdot (-2)^{-2} \cdot a^{-2} = \frac{3a^{-1}}{(-2)^2} = \frac{3}{4a}$$

$$(-4a^{-2}b^3)^{-3} = (-4)^{-3} \cdot (a^{-2})^{-3} \cdot (b^3)^{-3} = \frac{a^6b^{-9}}{(-4)^3} = \frac{-a^6}{64b^9}$$

$$\left(\frac{2x^2}{y^{-5}}\right)^{-3} = (2 \cdot x^2 \cdot y^5)^{-3} = 2^{-3} \cdot (x^2)^{-3} \cdot (y^5)^{-3} = \frac{x^{-6}y^{-15}}{2^3} = \frac{1}{8x^6y^{15}}$$

$$(3a^2)^{-2} \cdot (ab)^3 = 3^{-2} \cdot (a^2)^{-2} \cdot a^3 \cdot b^3 = \frac{a^{-4} \cdot a^3 \cdot b^3}{3^2} = \frac{a^{-1} \cdot b^3}{9} = \frac{b^3}{9a}$$

$$-5(a^{-2})^3 \cdot (2a)^{-2} = -5 \cdot a^{-6} \cdot 2^{-2} \cdot a^{-2} = \frac{-5 \cdot a^{-8}}{2^2} = \frac{-5}{4a^8}$$

Section 4 • Polynômes

Fiche 4.1 Sommes et produits de polynômes

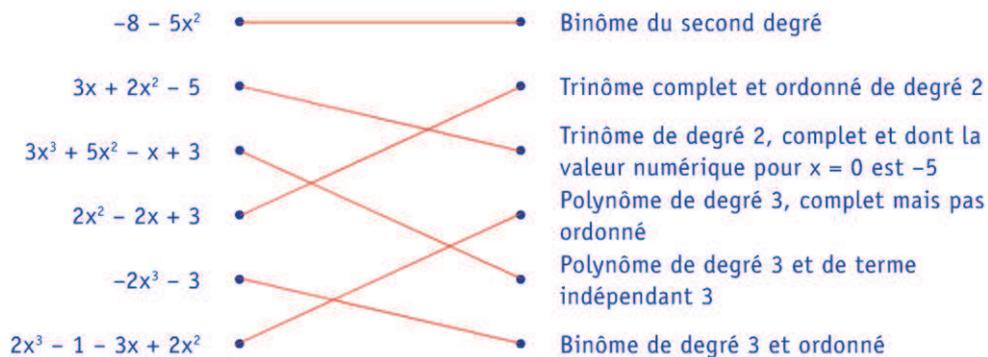
1) Vocabulaire

Réponds aux questions relatives au polynôme $A(x) = 3x^4 - 2x - 4x^5 + 8 - x^2$.

- Ce polynôme est-il ordonné ? **Non** Si non, ordonne-le par puissances décroissantes de x : **$-4x^5 + 3x^4 - x^2 - 2x + 8$**
- Ce polynôme ne possède plus de termes semblables ; il est **réduit**.
- Ce polynôme est-il complet ? **Non** Quel est son degré ? **5**
- Comment s'appelle x ? **La variable**
- Que représente le terme 8 ? **Le terme indépendant**
- Que représente le nombre -4 figurant devant x^5 ? **Le coefficient du terme de degré 5.**

Associe chaque polynôme à ses caractéristiques.

53



Ordonne les polynômes proposés, détermine leur degré et précise s'ils sont complets.

Polynôme	Polynôme ordonné	Degré	Complet / Incomplet
$x^3 + 2x^2 - 6x + 5$	$x^3 + 2x^2 - 6x + 5$	3	Complet
$-8x + 5x^2 - 4x^3$	$-4x^3 + 5x^2 - 8x$	3	Incomplet
$x + 2x^4 - 6x^2 + 7$	$2x^4 - 6x^2 + x + 7$	4	Incomplet
$1 - 2x + 3x^2$	$3x^2 - 2x + 1$	2	Complet
$6x + 4 - 2x^3 + 5x^2$	$-2x^3 + 5x^2 + 6x + 4$	3	Complet
$5 - x - x^2 + 3x^4$	$3x^4 - x^2 - x + 5$	4	Incomplet