Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 4.7 Factorisation : exercices de synthèse

1) Factorisation d'un binôme

Pour factoriser un binôme, on envisage dans l'ordre :

- la **mise en évidence** de facteurs communs

  Exemples : $6x^2 + 8xy = 2x \cdot (3x + 4y)$ $3x^3 - 2x^2 = x^2 \cdot (3x - 2)$

- le produit remarquable $\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)}$

  Exemples : $16x^2 - 9y^2 = (4x + 3y) \cdot (4x - 3y)$ $25x^2 - 1 = (5x + 1) \cdot (5x - 1)$

Factorise les binômes ci-dessous.

$45x + 18y = 9 \cdot (5x + 2y)$

$16 - x^2 = (4 + x) \cdot (4 - x)$

$8a^2b - 12ab = 4ab \cdot (2a - 3)$

$-4 + a^2 = (a + 2) \cdot (a - 2)$

$4a + 4a^2 = 4a \cdot (1 + a)$

$9a^2 + 9b^2 = 9 \cdot (a^2 + b^2)$

$9x^2 - 25y^2 = (3x + 5y) \cdot (3x - 5y)$

$5a^5 - 15a^3 = 5a^3 \cdot (a^2 - 3)$

$1 - 16x^2 = (1 + 4x) \cdot (1 - 4x)$

$24xy^2 + 9x^2y = 3xy \cdot (8y + 3x)$

$9a^2 - b^2 = (3a + b) \cdot (3a - b)$

$81a^9 - 9a^4 = 9a^4 \cdot (9a^5 - 1)$

2) Factorisation d'un trinôme

Pour factoriser un trinôme, on envisage dans l'ordre :

- la **mise en évidence** de facteurs communs

  Exemples : $8x^2 - 12x + 16 = 4 \cdot (2x^2 - 3x + 4)$

  $6ab - 2a + 4ac = 2a \cdot (3b - 1 + 2c)$

- les produits remarquables $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$ ou $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$

  Exemples : $16x^2 + 24xy + 9y^2 = (4x + 3y)^2$ $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

Factorise les trinômes ci-dessous.

$12x + 4x^3 - 8x^2 = 4x \cdot (3 + x^2 - 2x)$

$4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

$9a^2 - 12ab + 4b^2 = (3a - 2b)^2$

$2a - 6a^2 + 4a^3 = 2a \cdot (1 - 3a + 2a^2)$

$21a^3 - 7a + 14a^2 = 7a \cdot (3a^2 - 1 + 2a)$

$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

$4a^2 + 6ab + 4a = 2a \cdot (2a + 3b + 2)$

$20xy + 25x^2 + 4y^2 = (5x + 2y)^2$

$4x^2 + 4x + 4 = 4 \cdot (x^2 + x + 1)$

$49 - 28x + 4x^2 = (7 - 2x)^2$

$2x^2 + 4 - 2x = 2 \cdot (x^2 + 2 - x)$

$6a^2b - 4ab^2 - 2ab = 2ab \cdot (3a - 2b - 1)$

$25a^2 + 16b^2 + 40ab = (5a + 4b)^2$

$9x^2 + 6xy + 9x = 3x \cdot (3x + 2y + 3)$

$36a^2 - 60ab + 25b^2 = (6a - 5b)^2$

$5x^2 + 25x + 20xy = 5x \cdot (x + 5 + 4y)$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

3) Factorisation d'un quadrinôme

Pour factoriser un quadrinôme, on envisage dans l'ordre :

- la **mise en évidence** de facteurs communs

  Exemple : $6x^2 + 15xy - 3xz + 9x = 3x \,.\, (2x + 5y - z + 3)$

- les **groupements**

  Exemple : $2x + 2y + bx + by = (2x + 2y) + (bx + by)$
  $= 2 \,.\, (x + y) + b \,.\, (x + y)$
  $= (x + y) \,.\, (2 + b)$

Factorise les quadrinômes ci-dessous.

$6ax - 2ay + 3bx - by$
$= (6ax - 2ay) + (3bx - by)$
$2a \,.\, (3x - y) + b \,.\, (3x - y)$
$(3x - y) \,.\, (2a + b)$

$6ax + 3bx - 9x - 6xy$
$= 3x \,.\, (2a + b - 3 - 2y)$

$6ax - 2ay + 6ab - 2a^2$
$= 2a \,.\, (3x - y + 3b - a)$

$6ab + 2ax - 9b - 3x$
$= (6ab + 2ax) - (9b + 3x)$
$2a \,.\, (3b + x) - 3 \,.\, (3b + x)$
$(3b + x) \,.\, (2a - 3)$

4) Mise en évidence et produits remarquables

Avant d'utiliser un des produits remarquables, il est indispensable de regarder si la mise en évidence ne peut être appliquée.

Exemples : $5x^2 - 20 = 5 \,.\, (x^2 - 4)$
$= 5 \,.\, (x + 2) \,.\, (x - 2)$

$2x^2 - 12x + 18 = 2 \,.\, (x^2 - 6x + 9)$
$= 2 \,.\, (x - 3)^2$

Mets les facteurs communs en évidence, puis utilise un des produits remarquables.

$5x^2 + 10x + 5 =$ $5 \,.\, (x^2 + 2x + 1)$ $= 5 \,.\, (x + 1)^2$

$32a^3 - 2a =$ $2a \,.\, (16a^2 - 1)$ $= 2a \,.\, (4a + 1) \,.\, (4a - 1)$

$9a^7 - 12a^4 + 4a =$ $a \,.\, (9a^6 - 12a^3 + 4)$ $= a \,.\, (3a^3 - 2)^2$

$ax^2 - 16a =$ $a \,.\, (x^2 - 16)$ $= a \,.\, (x + 4) \,.\, (x - 4)$

$ab + 2ab^2 + ab^3 =$ $ab \,.\, (1 + 2b + b^2)$ $= ab \,.\, (1 + b)^2$

$32a^3b - 50ab^3 =$ $2ab \,.\, (16a^2 - 25b^2)$ $= 2ab \,.\, (4a + 5b) \,.\, (4a - 5b)$

$8x^3 - 18xy^2 =$ $2x \,.\, (4x^2 - 9y^2)$ $= 2x \,.\, (2x + 3y) \,.\, (2x - 3y)$

$a^2x^2 - 9a^2 =$ $a^2 \,.\, (x^2 - 9)$ $= a^2 \,.\, (x + 3) \,.\, (x - 3)$

$18x^2 - 96x + 128 =$ $2 \,.\, (9x^2 - 48x + 64)$ $= 2 \,.\, (3x - 8)^2$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

5) Exercices divers

Relie les sommes et les produits égaux.

$5x + 5$	$(x + 2)^2$
$x^2 - 25$	$5 \, . \, (x^2 + x + 1)$
$x^2 + 4x + 4$	$(x - 5)^2$
$5x^2 + 5x + 5$	$5 \, . \, (x + 1)$
$x^2 - 10x + 25$	$(x + 5) \, . \, (x - 5)$
$x^2 - 4$	$2 \, . \, (x - 2)^2$
$2x^2 - 8x + 8$	$(x + 2) \, . \, (x - 2)$

Factorise au maximum les expressions ci-dessous.

$3a^2 - 6a + 3 =$ $3 \, . \, (a^2 - 2a + 1)$ $= 3 \, . \, (a - 1)^2$

$15x^2 - 60y^2 =$ $15 \, . \, (x^2 - 4y^2)$ $= 15 \, . \, (x + 2y) \, . \, (x - 2y)$

$50 + 20a + 2a^2 =$ $2 \, . \, (25 + 10a + a^2)$ $= 2 \, . \, (5 + a)^2$

$5ab^2 - 5ac^2 =$ $5a \, . \, (b^2 - c^2)$ $= 5a \, . \, (b + c) \, . \, (b - c)$

$20a^2 + 60ab + 45b^2 =$ $5 \, . \, (4a^2 + 12ab + 9b^2)$ $= 5 \, . \, (2a + 3b)^2$

$3ab^2 - 12ac^2 =$ $3a \, . \, (b^2 - 4c^2)$ $= 3a \, . \, (b + 2c) \, . \, (b - 2c)$

$3x^2 - 12xy + 12y^2 =$ $3 \, . \, (x^2 - 4xy + 4y^2)$ $= 3 \, . \, (x - 2y)^2$

$(3x - 2) \, . \, (4x - 3) + (x - 4) \, . \, (3x - 2) =$ $(3x - 2) \, . \, [(4x - 3) + (x - 4)]$

$= (3x - 2) \, . \, (4x - 3 + x - 4) = (3x - 2) \, . \, (5x - 7)$

$(x + 2) \, . \, (x - 3) - 5 \, . \, (3 - x) =$ $(x + 2) \, . \, (x - 3) + 5 \, . \, (-3 + x)$

$= (x - 3).(x + 2 + 5) = (x - 3).(x + 7)$

$16 - (2x + 3)^2 =$ $[4 + (2x + 3)] \, . \, [4 - (2x + 3)]$

$= (4 + 2x + 3) \, . \, (4 - 2x - 3) = (2x + 7) \, . \, (1 - 2x)$

$(5x + 3)^2 - (4 - 3x)^2 =$ $[(5x + 3) + (4 - 3x)] \, . \, [(5x + 3) - (4 - 3x)]$

$= (5x + 3 + 4 - 3x) \, . \, (5x + 3 - 4 + 3x) = (2x + 7) \, . \, (8x - 1)$

$ax - 3ay + 2bx - 6by =$ $(ax - 3ay) + (2bx - 6by)$

$= a \, . \, (x - 3y) + 2b \, . \, (x - 3y) = (x - 3y) \, . \, (a + 2b)$

$20bc - 4b - 15c + 3 =$ $(20bc - 4b) - (15c - 3)$

$= 4b \, . \, (5c - 1) - 3 \, . \, (5c - 1) = (5c - 1) \, . \, (4b - 3)$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Section 5 • Fractions algébriques

Fiche 5.1 Conditions d'existence d'une fraction algébrique

1) Recherche intuitive

Une fraction existe à condition que son **dénominateur** soit **différent de zéro**.

Exemples : $\frac{3+a}{a}$ existe si $a \neq 0$. En effet, la fraction $\frac{3+0}{0} = \frac{3}{0}$ n'existe pas.

$\frac{2+x}{4+x}$ existe si $x \neq -4$. En effet, la fraction $\frac{2+(-4)}{4+(-4)} = \frac{-2}{0}$ n'existe pas.

Entoure la(les) proposition(s) correcte(s).

$\frac{x-7}{7}$ existe si $x \neq 7$, $x \neq 0$, $x \neq -7$ — $\boxed{\text{existe toujours}}$

$\frac{y}{3y+6}$ $\boxed{\text{existe si } y \neq -2}$, $y \neq 0$, $y \neq 6$ — existe toujours

$\frac{-5}{a}$ $\boxed{\text{existe si}}$ $a \neq 5$, $\boxed{a \neq 0}$, $a \neq -5$ — existe toujours

$\frac{a}{2\,.\,(a-1)}$ $\boxed{\text{existe si } a \neq 1}$, $a \neq 0$, $a \neq 2$ — existe toujours

$\frac{2\,.\,(x-3)}{x+4}$ $\boxed{\text{existe si } x \neq -4}$, $x \neq 3$, $x \neq 4$ — existe toujours

$\frac{4}{a^2-2a}$ $\boxed{\text{existe si } a \neq 0,\ a \neq 2}$, $a \neq 4$ — existe toujours

2) Recherche par résolution d'équation

Pour déterminer la(les) condition(s) d'existence d'une fraction, il faut parfois résoudre une équation.

Exemple : Recherche de la condition d'existence de la fraction $\frac{5}{3x+7}$

Annulation du dénominateur $3x + 7 = 0$

Résolution de l'équation $3x = -7$

$x = \frac{-7}{3}$

Condition d'existence : $\frac{5}{3x+7}$ existe si $x \neq \frac{-7}{3}$

Trouve la condition d'existence des fractions ci-dessous.

$\frac{3a}{5a-10}$	$\frac{2x-1}{6x+5}$	$\frac{2a-4}{4-8a}$
$5a - 10 = 0$	$6x + 5 = 0$	$4 - 8a = 0$
$5a = 10$	$6x = -5$	$-8a = -4$
$a = 2$	$x = \frac{-5}{6}$	$x = \frac{1}{2}$

$\frac{3a}{5a-10}$ existe si $a \neq 2$ $\frac{2x-1}{6x+5}$ existe si $x \neq \frac{-5}{6}$ $\frac{2a-4}{4-8a}$ existe si $a \neq \frac{1}{2}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Lors de la recherche des conditions d'existence d'une fraction algébrique, si l'équation à résoudre est d'un degré supérieur à 1, on la transforme en une équation produit nul en factorisant le 1er membre.

Exemples

$\dfrac{2}{a^2+5a}$	$\dfrac{5x}{x^2-4}$	$\dfrac{3y-6}{y^2-6y+9}$
$a^2+5a=0$	$x^2-4=0$	$y^2-6y+9=0$
$a\,.\,(a+5)=0$	$(x+2)\,.\,(x-2)=0$	$(y-3)^2=0$
$\Updownarrow$	$\Updownarrow$	$\Updownarrow$
$a=0$ ou $a+5=0$	$x+2=0$ ou $x-2=0$	$y-3=0$
$a=-5$	$x=-2$ ou $x=2$	$y=3$
$\dfrac{2}{a^2+5a}$ existe si $a\neq0$ et $a\neq-5$	$\dfrac{5x}{x^2-4}$ existe si $x\neq2$ et $x\neq-2$	$\dfrac{3y-6}{y^2-6y+9}$ existe si $y\neq3$

Trouve la(les) condition(s) d'existence des fractions ci-dessous.

$\dfrac{3x}{x^2-16}$	$\dfrac{3-a}{a^2+a}$	$\dfrac{-5a+1}{a^2-8a+16}$
$x^2-16=0$	$a^2+a=0$	$a^2-8a+16=0$
$(x+4)\,.\,(x-4)=0$	$a\,.\,(a+1)=0$	$(a-4)^2=0$
$\Updownarrow$	$\Updownarrow$	$\Updownarrow$
$x+4=0$ ou $x-4=0$	$a=0$ ou $a+1=0$	$a-4=0$
$x=-4$ $\quad x=4$	$a=-1$	$a=4$
$\dfrac{3x}{x^2-16}$ existe si $x\neq-4$ et $x\neq4$	$\dfrac{3-a}{a^2+a}$ existe si $a\neq0$ et $a\neq-1$	$\dfrac{-5a+1}{a^2-8a+16}$ existe si $a\neq4$

$\dfrac{4-y^2}{9-y^2}$	$\dfrac{3a-4}{1-2a+a^2}$	$\dfrac{5+2x}{3x^2-6x}$
$9-y^2=0$	$1-2a+a^2=0$	$3x^2-6x=0$
$(3+y)\,.\,(3-y)=0$	$(1-a)^2=0$	$3x\,.\,(x-2)=0$
$\Updownarrow$	$\Updownarrow$	$\Updownarrow$
$3+y=0$ ou $3-y=0$	$1-a=0$	$3x=0$ ou $x-2=0$
$y=-3$ $\quad y=3$	$a=1$	$x=0$ $\quad x=2$
$\dfrac{4-y^2}{9-y^2}$ existe si $y\neq-3$ et $y\neq3$	$\dfrac{3a-4}{1-2a+a^2}$ existe si $a\neq1$	$\dfrac{5+2x}{3x^2-6x}$ existe si $x\neq0$ et $x\neq2$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 5.2 Simplification de fractions algébriques

1) Simplifications simples

Simplifier une fraction algébrique, c'est **diviser** son **numérateur** et son **dénominateur** par leurs **facteurs communs**.

Exemple : $\frac{3a^2b^3}{9ab^5} = \frac{{}^1\cancel{3}\,.\,\cancel{a^2}^{a}\,.\,\cancel{b^3}^{1}}{{}_3\cancel{9}\,.\,\cancel{a}_1\,.\,\cancel{b^5}_{b^2}} = \frac{a}{3b^2}$

Remarque : $\frac{a+b}{a-c}$ n'est pas simplifiable car a + b et a + c ne sont pas des produits.

Entoure les fractions qui peuvent être simplifiées.

$\frac{x+y}{xy}$ $\quad \boxed{\frac{x^2y}{xy^2}}$ $\quad \frac{x^2+y}{x+y^2}$ $\quad \frac{2xy}{2x+y}$ $\quad \boxed{\frac{2xy}{2xz}}$ $\quad \frac{2x^2-3}{2x-3}$ $\quad \frac{2x-y}{2x+y}$ $\quad \boxed{\frac{6x^2}{6x}}$ $\quad \frac{3x}{3+x}$

Simplifie les fractions suivantes.

$\frac{8xy}{x} = \frac{8\cancel{x}^1y}{\cancel{x}_1} = 8y$ $\qquad \frac{12a^3}{8a^2} = \frac{{}^3\cancel{12}\,\cancel{a^3}^a}{{}_2\cancel{8}\,\cancel{a^2}_1} = \frac{3a}{2}$ $\qquad \frac{3a^2b^3}{ab} = \frac{3\cancel{a^2}^a\cancel{b^3}^{b^2}}{{}_1\cancel{a}\,\cancel{b}_1} = 3ab^2$

$\frac{10a^2}{12} = \frac{{}^5\cancel{10}a^2}{\cancel{12}_6} = \frac{5a^2}{6}$ $\qquad \frac{25a^2}{45a^5} = \frac{{}^5\cancel{25}\,\cancel{a^2}^1}{{}_9\cancel{45}\,\cancel{a^5}_{a^3}} = \frac{5}{9a^3}$ $\qquad \frac{2ab^2}{a^2b} = \frac{2\cancel{a}^1\cancel{b^2}^b}{{}_a\cancel{a^2}\,\cancel{b}_1} = \frac{2b}{a}$

$\frac{27x^2}{36y^2} = \frac{{}^3\cancel{27}x^2}{{}_4\cancel{36}y^2} = \frac{3x^2}{4y^2}$ $\qquad \frac{15xy}{6x} = \frac{{}^5\cancel{15}\,\cancel{x}^1y}{{}_2\cancel{6}\,\cancel{x}_1} = \frac{5y}{2}$ $\qquad \frac{24x^2y^5}{18x^5y^3} = \frac{{}^4\cancel{24}\,\cancel{x^2}^1\,\cancel{y^5}^{y^2}}{{}_3\cancel{18}\,\cancel{x^5}_{x^3}\,\cancel{y^3}_1} = \frac{4y^2}{3x^3}$

2) Simplifications après factorisation

Si le numérateur et/ou le dénominateur sont des **sommes** algébriques, il faut essayer de les **factoriser** avant de simplifier éventuellement.

Exemples : $\frac{bx-by}{2ab} = \frac{{}^1\cancel{b}\,.\,(x-y)}{2\,.\,a\,.\,\cancel{b}_1} = \frac{x-y}{2a}$ $\qquad \frac{4a-6}{8a-12} = \frac{2\,.\,\cancel{(2a-3)}^1}{4\,.\,\cancel{(2a-3)}_1} = \frac{1}{2}$

$\frac{a^2-1}{(2a-5)\,.\,(a+1)} = \frac{{}^1\cancel{(a+1)}\,.\,(a-1)}{(2a-5)\,.\,\cancel{(a+1)}_1} = \frac{a-1}{2a-5}$

$\frac{4x^2+4x+1}{4x^2-1} = \frac{(2x+1)^{\cancel{2}\,1}}{\cancel{(2x+1)}_1\,.\,(2x-1)} = \frac{2x+1}{2x-1}$

Simplifie les fractions suivantes après avoir factorisé le numérateur et/ou le dénominateur.

$\frac{4x-2}{2x} = \frac{{}^1\cancel{2}\,.\,(2x-1)}{{}_1\cancel{2}x} = \frac{2x-1}{x}$ $\qquad \frac{4x-8}{3x-6} = \frac{4\,.\,\cancel{(x-2)}^1}{3\,.\,\cancel{(x-2)}_1} = \frac{4}{3}$

$\frac{4a^2}{2a-6a^2} = \frac{{}^2\cancel{4}\,\cancel{a^2}^a}{{}_1\cancel{2}\,\cancel{a}_1\,.\,(1-3a)} = \frac{2a}{1-3a}$ $\qquad \frac{3a^2-ab}{6ab-2b^2} = \frac{a\,.\,\cancel{(3a-b)}^1}{2b\,.\,\cancel{(3a-b)}_1} = \frac{a}{2b}$

$\frac{2x+8}{6+4x} = \frac{{}^1\cancel{2}\,.\,(x+4)}{{}_1\cancel{2}\,.\,(3+2x)} = \frac{x+4}{3+2x}$ $\qquad \frac{x^2-3x}{3x-9} = \frac{x\,.\,\cancel{(x-3)}^1}{3\,.\,\cancel{(x-3)}_1} = \frac{x}{3}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

$$\frac{8x+4}{4x^2-1} = \frac{4\,.\,\cancel{(2x+1)}^1}{{}_1\cancel{(2x+1)}\,.\,(2x-1)} = \frac{4}{2x-1} \qquad \frac{25-a^2}{25-5a} = \frac{(5+a)\,.\,\cancel{(5-a)}^1}{5\,.\,\cancel{(5-a)}_1} = \frac{5+a}{5}$$

$$\frac{4a+4}{a^2+2a+1} = \frac{4\,.\,\cancel{(a+1)}^1}{(a+1)^{\cancel{2}^1}} = \frac{4}{a+1} \qquad \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = \frac{(x-3)^{\cancel{2}^1}}{(x+3)\,.\,\cancel{(x-3)}_1} = \frac{x-3}{x+3}$$

3) Cas particulier de simplification

Quand deux facteurs (sommes entre parenthèses) sont **opposés**, il faut transformer l'énoncé **pour les rendre égaux** avant de les simplifier.

Exemple : $$\frac{-2x+6}{x^2-9} = \frac{2\,.\,\mathbf{(-x+3)}}{(x+3)\,.\,\mathbf{(x-3)}} = \frac{-2\,.\,\cancel{(+x-3)}^1}{(x+3)\,.\,\cancel{(x-3)}_1} = \frac{-2}{x+3}$$

Simplifie les fractions suivantes après avoir factorisé le numérateur et/ou le dénominateur.

$$\frac{5x-5a}{3a-3x} = \frac{5\,.\,(x-a)}{3\,.\,(a-x)} = \frac{-5\,.\,\cancel{(-x+a)}^1}{3\,.\,\cancel{(a-x)}_1} = \frac{-5}{3} \qquad \frac{6x^2-3x}{12-24x} = \frac{3x\,.\,(2x-1)}{12\,.\,(1-2x)} = \frac{-\cancel{3}^1x\,.\,\cancel{(-2x+1)}^1}{{}_4\cancel{12}\,.\,\cancel{(1-2x)}_1} = \frac{-x}{4}$$

4) Exercices de synthèse

Simplifie les fractions suivantes après avoir, si nécessaire, factorisé le numérateur et/ou le dénominateur.

$$\frac{12x^2y}{18xy^4} = \frac{\cancel{12}^2\,\cancel{x^2}^x\,\cancel{y}^1}{\cancel{18}_3\,\cancel{x}_1\,\cancel{y^4}_{y^3}} = \frac{2x}{3y^3} \qquad \frac{a^2-9}{2a+6} = \frac{\cancel{(a+3)}^1.(a-3)}{2.\cancel{(a+3)}_1} = \frac{a-3}{2}$$

$$\frac{-x^2y^2}{xy} = \frac{-\cancel{x^2}^x\,\cancel{y^2}^y}{\cancel{x}_1\,\cancel{y}_1} = -xy \qquad \frac{a^2-6ab+9b^2}{a^2-9b^2} = \frac{(a-3b)^{\cancel{2}^1}}{(a+3b).\cancel{(a-3b)}_1} = \frac{a-3b}{a+3b}$$

$$\frac{-2\,.\,(a-5)}{6\,.\,(a-5)} = \frac{-^1\cancel{2}\,.\,\cancel{(a-5)}^1}{{}_3\cancel{6}\,.\,\cancel{(a-5)}_1} = \frac{-1}{3} \qquad \frac{4x-4}{2x^2-4x+2} = \frac{4\,.\,(x-1)}{2\,.\,(x^2-2x+1)} = \frac{\cancel{4}^2\,.\,\cancel{(x-1)}^1}{\cancel{2}_1\,.\,(x-1)^{\cancel{2}^1}} = \frac{2}{x-1}$$

$$\frac{3x-6}{2x-4} = \frac{3\,.\,\cancel{(x-2)}^1}{2\,.\,\cancel{(x-2)}_1} = \frac{3}{2} \qquad \frac{(2a+1)\,.\,(a-1)}{2\,.\,(a+1)^2\,.\,(2a+1)} = \frac{\cancel{(2a+1)}^1\,.\,(a-1)}{2(a+1)^2\,.\,\cancel{(2a+1)}_1} = \frac{(a-1)}{2\,.\,(a+1)^2}$$

$$\frac{2a^2-a}{6a-3} = \frac{a\,.\,\cancel{(2a-1)}^1}{3\,.\,\cancel{(2a-1)}_1} = \frac{a}{3} \qquad \frac{3x^2-xy}{6xy-2y^2} = \frac{x\,.\,\cancel{(3x-y)}^1}{2y\,.\,\cancel{(3x-y)}_1} = \frac{x}{2y}$$

$$\frac{5a-25}{25-a^2} = \frac{5\,.\,(a-5)}{(5+a)\,.\,(5-a)} = \frac{-5\,.\,\cancel{(-a+5)}^1}{(5+a)\,.\,\cancel{(5-a)}_1} = \frac{-5}{5+a}$$

$$\frac{32-2x^2}{3x-12} = \frac{2\,.\,(16-x^2)}{3\,.\,(x-4)} = \frac{2\,.\,(4+x)\,.\,(4-x)}{3\,.\,(x-4)} = \frac{-2\,.\,(4+x)\,.\,\cancel{(-4+x)}^1}{3\,.\,\cancel{(x-4)}_1} = \frac{-2\,.\,(4+x)}{3}$$

$$\frac{x^3-xy^2}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x\,.\,(x^2-y^2)}{(x+y)^2} = \frac{x\,.\,\cancel{(x+y)}^1\,.\,(x-y)}{(x+y)^{\cancel{2}^1}} = \frac{x\,.\,(x-y)}{x+y}$$

$$\frac{3x^2-x^3}{3x^2-27} = \frac{x^2\,.\,(3-x)}{3\,.\,(x^2-9)} = \frac{x^2\,.\,(3-x)}{3\,.\,(x+3)\,.\,(x-3)} = \frac{-x^2\,.\,\cancel{(-3+x)}^1}{3\,.\,(x+3)\,.\,\cancel{(x-3)}_1} = \frac{-x^2}{3\,.\,(x+3)}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 5.3 Somme de fractions algébriques

1) Recherche du plus petit commun multiple (PPCM) de 2 expressions

Recherche le PPCM des nombres proposés.

Nombres	PPCM
4 et 5	***20***
18 et 6	***18***

Nombres	PPCM
8 et 12	***24***
6 et 15	***30***

Nombres	PPCM
25 et 75	***75***
10 et 21	***210***

Le **PPCM** de deux expressions algébriques s'obtient en **multipliant** tous les facteurs, **communs ou non**, chacun d'eux étant affecté de son plus **grand exposant**.

Exemples : a^3 et $\mathbf{a^5} \to \mathbf{a^5}$

ab^3 et $a^2b^2 \to a^2b^3$

$4a^3b$ et $6a^2c^4 \to 12a^3bc^4$

a et $(a + 5) \to a \,.\, (a + 5)$

$a \,.\, (a - b)^2$ et $a^3 \,.\, (a - b) \to a^3 \,.\, (a - b)^2$

Recherche le PPCM des expressions proposées.

Expressions	PPCM
a^2 et a^3	a^3
x et x^3	x^3
xy^2 et x^3y^4	x^3y^4

Expressions	PPCM
$2a$ et $3a$	$6a$
$3a^2$ et $9a$	$9a^2$
$15x^2$ et $25x^3$	$75x^3$

Expressions	PPCM
$8x$ et $12x^3$	$24x^3$
a^2b et ab^3	a^2b^3
$9ab^3$ et $12ab^2$	$36ab^3$

Expressions	PPCM
$x \,.\, (x + 2)$ et $x \,.\, (x - 2)$	$x \,.\, (x + 2) \,.\, (x - 2)$
$x^2 \,.\, (x - 1)$ et $x^3 \,.\, (x - 1)$	$x^3 \,.\, (x - 1)$
$x \,.\, (x + 2)^2$ et $x^3 \,.\, (x + 2)$	$x^3 \,.\, (x + 2)^2$

Expressions	PPCM
$(x + 3)$ et $(x + 5)$	$(x + 3) \,.\, (x + 5)$
$(a - 4)$ et $(a + 3)$	$(a - 4) \,.\, (a + 3)$
x et $(x + 3)$	$x \,.\, (x + 3)$

Pour déterminer le PPCM de deux **sommes** algébriques, il faut les **factoriser** pour faire apparaître le(s) **facteur(s) commun(s)** qu'il ne faudra prendre **qu'une fois** dans leur PPCM.

Exemples

Sommes	Produits	PPCM
$2a + 4b$ et $ac + 2bc$	$2 \,.\, (a + 2b)$ et $c \,.\, (a + 2b)$	$2 \,.\, c \,.\, (a + 2b)$
$4a^2 - b^2$ et $4a + 2b$	$(2a - b) \,.\, (2a + b)$ et $2 \,.\, (2a - b)$	$2 \,.\, (2a - b) \,.\, (2a + b)$
$2a^2 - a$ et $4a^2 - 4a + 1$	$a \,.\, (2a - 1)$ et $(2a - 1)^2$	$a \,.\, (2a - 1)^2$
$a^2 - 1$ et $a^2 + 2a + 1$	$(a + 1) \,.\, (a - 1)$ et $(a + 1)^2$	$(a - 1) \,.\, (a + 1)^2$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Après avoir factorisé les sommes, détermine leur PPCM.

Sommes	Produits			PPCM
$x^2 - 4$ et $2x + 4$	$(x + 2) . (x - 2)$	et	$2 . (x + 2)$	$2 . (x + 2) . (x - 2)$
$a^2 + ab$ et $ab + b^2$	$a . (a + b)$	et	$b . (a + b)$	$ab . (a + b)$
$x^2 - 2x$ et $x^2 - 2x + 1$	$x . (x - 2)$	et	$(x - 1)^2$	$x . (x - 2) . (x - 1)^2$
$a^2 - b^2$ et $a - b$	$(a + b) . (a - b)$	et	$(a - b)$	$(a + b) . (a - b)$
$x^2 - 2x$ et $x^2 - 4$	$x . (x - 2)$	et	$(x + 2) . (x - 2)$	$x . (x + 2) . (x - 2)$
$a - b$ et $a^2 - 2ab + b^2$	$(a - b)$	et	$(a - b)^2$	$(a - b)^2$

2) Somme de deux fractions

Pour **additionner** deux fractions,
on les **réduit** au **même dénominateur**,
on **additionne** les **numérateurs** en conservant le dénominateur,
on simplifie, si possible, la fraction obtenue.

Exemples

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9 + 10}{12} = \frac{19}{12}$$

$$\frac{2b}{ac} + \frac{3b}{ab} = \frac{2b\,.\,b + 3b\,.\,c}{abc} = \frac{2b^2 + 3bc}{abc}$$

$$\frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{3x}{2x + 4} = \frac{2x}{(x - 2)\,.\,(x + 2)} + \frac{3x}{2\,.\,(x + 2)} = \frac{2x\,.\,2 + 3x\,.\,(x - 2)}{2\,.\,(x - 2)\,.\,(x + 2)} = \frac{4x + 3x\,.\,(x - 2)}{2\,.\,(x - 2)\,.\,(x + 2)}$$

$$= \frac{4x + 3x^2 - 6x}{2\,.\,(x - 2)\,.\,(x + 2)} = \frac{3x^2 - 2x}{2\,.\,(x - 2)\,.\,(x + 2)}$$

Additionne les fractions suivantes après les avoir réduites au même dénominateur.

$\frac{5}{6} + \frac{2}{9} = \frac{15 + 4}{18} = \frac{19}{18}$

$\frac{2}{7} + \frac{1}{5} = \frac{10 + 7}{35} = \frac{17}{35}$

$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10 + 9}{12} = \frac{19}{12}$

$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} = \frac{ac + b^2}{bc}$

$\frac{2}{x^2} + \frac{5}{x} = \frac{2 + 5x}{x^2}$

$\frac{3a}{x^3} + \frac{2b}{x^2} = \frac{3a + 2bx}{x^3}$

$\frac{3c}{4a} + \frac{5a}{6b} = \frac{9bc + 10a^2}{12ab}$

$\frac{5}{6x^3} + \frac{7}{9x^2} = \frac{15 + 14x}{18x^3}$

$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} = \frac{a^2 + b^2}{abc}$

$\frac{5}{2} + \frac{7}{a^2} = \frac{5a^2 + 14}{2a^2}$

$\frac{2}{ab^2} + \frac{3}{a^2b} = \frac{2a + 3b}{a^2b^2}$

$\frac{3}{2bc} + \frac{4}{3ac} = \frac{9a + 8b}{6abc}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Réduis les fractions au même dénominateur puis additionne-les.

$$\frac{2x}{(x+3)} + \frac{3x}{(x+5)} = \frac{2x\,.\,(x+5) + 3x\,.\,(x+3)}{(x+3)\,.\,(x+5)} = \frac{2x^2 + 10x + 3x^2 + 9x}{(x+3)\,.\,(x+5)} = \frac{5x^2 + 19x}{(x+3)\,.\,(x+5)}$$

$$\frac{2}{x\,.\,(x+2)} + \frac{3}{x\,.\,(x-2)} = \frac{2\,.\,(x-2) + 3\,.\,(x+2)}{x\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{2x - 4 + 3x + 6}{x\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{5x + 2}{x\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)}$$

$$\frac{1}{x^2\,.\,(x-1)} + \frac{3}{x^3\,.\,(x-1)} = \frac{1\,.\,x + 3\,.\,1}{x^3\,.\,(x-1)} = \frac{x+3}{x^3\,.\,(x-1)}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{(x+3)} = \frac{2\,.\,(x+3) + 5\,.\,x}{x\,.\,(x+3)} = \frac{2x + 6 + 5x}{x\,.\,(x+3)} = \frac{7x+6}{x\,.\,(x+3)}$$

$$\frac{2}{(x-2)\,.\,(x+3)} + \frac{5}{x\,.\,(x-2)} = \frac{2\,.\,x + 5\,.\,(x+3)}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+3)} = \frac{2x + 5x + 15}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+3)} = \frac{7x+15}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+3)}$$

$$\frac{1}{x^2\,.\,(x+2)} + \frac{5}{x\,.\,(x-2)} = \frac{1\,.\,(x-2) + 5\,.\,x\,.\,(x+2)}{x^2\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{x - 2 + 5x^2 + 10x}{x^2\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)}$$

$$= \frac{5x^2 + 11x - 2}{x^2\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)}$$

Factorise les dénominateurs des fractions, réduis les fractions au même dénominateur et additionne-les.

$$\frac{a}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a-b} = \frac{a}{(a+b)\,.\,(a-b)} + \frac{b}{(a-b)} = \frac{a + b\,.\,(a+b)}{(a+b)\,.\,(a-b)} = \frac{a + ab + b^2}{(a+b)\,.\,(a-b)}$$

$$\frac{2}{a^2 + ab} + \frac{5}{ab + b^2} = \frac{2}{a\,.\,(a+b)} + \frac{5}{b\,.\,(a+b)} = \frac{2b + 5a}{ab\,.\,(a+b)}$$

$$\frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{3x}{2x+4} = \frac{2x}{(x+2)\,.\,(x-2)} + \frac{3x}{2\,.\,(x+2)} = \frac{2x\,.\,2 + 3x\,.\,(x-2)}{2\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)}$$

$$= \frac{4x + 3x^2 - 6x}{2\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{3x^2 - 2x}{2\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)}$$

$$\frac{x}{x^2 - 1} + \frac{5}{x^2 - 2x + 1} = \frac{x}{(x+1)\,.\,(x-1)} + \frac{5}{(x-1)^2} = \frac{x\,.\,(x-1) + 5\,.\,(x+1)}{(x+1)\,.\,(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2 - x + 5x + 5}{(x+1)\,.\,(x-1)^2} = \frac{x^2 + 4x + 5}{(x+1)\,.\,(x-1)^2}$$

$$\frac{2}{x^2 - 2x} + \frac{-3}{x^2 - 4} = \frac{2}{x\,.\,(x-2)} - \frac{3}{(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{2\,.\,(x+2) - 3\,.\,x}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+2)}$$

$$= \frac{2x + 4 - 3x}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+2)} = \frac{-x + 4}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+2)}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

3) Cas particuliers de réduction au même dénominateur

Les exemples ci-dessous font apparaître une difficulté que l'on peut rencontrer lors d'une réduction au même dénominateur.

Exemple : les dénominateurs sont opposés.

$$\frac{5x}{\mathbf{x-3}} - \frac{7x}{\mathbf{3-x}} = \frac{5x}{x-3} - \frac{-7x}{-3+x} = \frac{5x}{x-3} + \frac{7x}{x-3} = \frac{12x}{x-3}$$

. (–1)

Exemple : un des facteurs de la 1re fraction est l'opposé d'un facteur de la 2e fraction.

$$\frac{3x^2}{(x+2)\,.\,\mathbf{(x-2)}} + \frac{5x}{3\,.\,\mathbf{(2-x)}} = \frac{3x^2}{(x+2)\,.\,(x-2)} + \frac{-5x}{3\,.\,(-2+x)} = \frac{3x^2}{(x+2)\,.\,(x-2)} - \frac{5x}{3\,.\,(x-2)}$$

. (–1)

$$= \frac{3\,.\,3x^2 - 5x\,.\,(x+2)}{3\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{9x^2 - 5x^2 - 10x}{3\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)} = \frac{4x^2 - 10x}{3\,.\,(x+2)\,.\,(x-2)}$$

Réduis les fractions au même dénominateur puis additionne-les.

$$\frac{2}{x^2-1} + \frac{5}{1-x} = \frac{2}{(x+1)\,.\,(x-1)} + \frac{5}{(1-x)} = \frac{2}{(x+1)\,.\,(x-1)} - \frac{5}{(-1+x)} = \frac{2-5\,.\,(x+1)}{(x+1)\,.\,(x-1)}$$
$$= \frac{2-5x-5}{(x+1)\,.\,(x-1)} = \frac{-5x-3}{(x+1)\,.\,(x-1)}$$

$$\frac{7x}{x^2-9} - \frac{x}{9-3x} = \frac{7x}{(x+3)\,.\,(x-3)} - \frac{x}{3\,.\,(3-x)} = \frac{7x}{(x+3)\,.\,(x-3)} + \frac{x}{3\,.\,(-3+x)}$$
$$= \frac{7x\,.\,3 + x\,.\,(x+3)}{3\,.\,(x+3)\,.\,(x-3)} = \frac{21x + x^2 + 3x}{3\,.\,(x+3)\,.\,(x-3)} = \frac{x^2 + 24x}{3\,.\,(x+3)\,.\,(x-3)}$$

$$\frac{3y}{x^2-xy} + \frac{2x}{y^2-xy} = \frac{3y}{x\,.\,(x-y)} + \frac{2x}{y\,.\,(y-x)} = \frac{3y}{x\,.\,(x-y)} - \frac{2x}{y\,.\,(-y+x)}$$
$$= \frac{3y\,.\,y - 2x\,.\,x}{xy\,.\,(x-y)} = \frac{3y^2 - 2x^2}{xy\,.\,(x-y)}$$

$$\frac{7a}{2a-4b} + \frac{5b}{6b-3a} = \frac{7a}{2\,.\,(a-2b)} + \frac{5b}{3\,.\,(2b-a)} = \frac{7a}{2\,.\,(a-2b)} - \frac{5b}{3\,.\,(-2b+a)}$$
$$= \frac{7a\,.\,3 - 5b\,.\,2}{6\,.\,(a-2b)} = \frac{21a - 10b}{6\,.\,(a-2b)}$$

$$\frac{2}{4x^2-1} + \frac{5}{1-2x} = \frac{2}{(2x+1)\,.\,(2x-1)} + \frac{5}{(1-2x)} = \frac{2}{(2x+1)\,.\,(2x-1)} - \frac{5}{(-1+2x)}$$
$$= \frac{2-5\,.\,(2x+1)}{(2x+1)\,.\,(2x-1)} = \frac{2-10x-5}{(2x+1)\,.\,(2x-1)} = \frac{-10x-3}{(2x+1)\,.\,(2x-1)}$$

$$\frac{a}{a^2-2ab+b^2} + \frac{b}{b-a} = \frac{a}{(a-b)^2} - \frac{b}{-b+a} = \frac{a-b\,.\,(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{a-ab+b^2}{(a-b)^2}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fiche 5.4 Produit et quotient de fractions algébriques

1) Produit de fractions

Pour **multiplier** deux fractions,
on **multiplie** les **numérateurs** et les **dénominateurs entre eux** et
on **simplifie**, si possible, la fraction obtenue.

Exemples : $\frac{2bc}{a}\cdot\frac{a^3}{4c^2} = \frac{{}^1\cancel{2}a^{\cancel{3}\,2}b\cancel{c}^1}{{}_2\cancel{4}\cancel{a}_1c^{\cancel{2}\,1}} = \frac{a^2b}{2c}$ $\qquad$ $\frac{2x+1}{5}\cdot\frac{3x}{2x+1} = \frac{3x\cdot\cancel{(2x+1)}^1}{5\cdot\cancel{(2x+1)}_1} = \frac{3x}{5}$

$$\frac{x^2-4}{x}\cdot\frac{5}{4x+8} = \frac{5\cdot(x^2-4)}{x\cdot(4x+8)} = \frac{5\cdot\cancel{(x+2)}^1\cdot(x-2)}{4x\cdot\cancel{(x+2)}_1} = \frac{5\cdot(x-2)}{4x}$$

Effectue et simplifie si possible.

$\frac{5a}{c}\cdot\frac{3b}{4a} = \frac{15\cancel{a}^1b}{4\cancel{a}_1c} = \frac{15b}{4c}$ $\qquad$ $\frac{a+b}{7}\cdot\frac{2}{a+b} = \frac{2\cdot\cancel{(a+b)}^1}{7\cdot\cancel{(a+b)}_1} = \frac{2}{7}$

$\frac{-3a^2}{bc}\cdot\frac{2b^2}{3a} = \frac{-{}^2\cancel{6}\cancel{a^2}^a\cancel{b^2}^b}{{}_1\cancel{3}\cancel{a}_1\cancel{b}_1c} = \frac{-2ab}{c}$ $\qquad$ $\frac{b-a}{8}\cdot\frac{4}{a-b} = \frac{4\cdot(b-a)}{8\cdot(a-b)} = \frac{{}^{-1}\cancel{4}\cdot\cancel{(-b+a)}^1}{{}_2\cancel{8}\cdot\cancel{(a-b)}_1} = \frac{-1}{2}$

$$\frac{x^2-9}{3x^2}\cdot\frac{2x}{x+3} = \frac{2x\cdot(x^2-9)}{3x^2\cdot(x+3)} = \frac{2\cancel{x}^1\cdot(x-3)\cdot\cancel{(x+3)}^1}{3\cancel{x^2}_x\cdot\cancel{(x+3)}_1} = \frac{2\cdot(x-3)}{3x}$$

$$\frac{8}{2x+2y}\cdot\frac{3x+3y}{5} = \frac{8\cdot(3x+3y)}{5\cdot(2x+2y)} = \frac{{}^{12}\cancel{24}\cdot\cancel{(x+y)}^1}{{}_5\cancel{10}\cdot\cancel{(x+y)}_1} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{x^2-16}{5}\cdot\frac{15}{8-2x} = \frac{15\cdot(x^2-16)}{5\cdot(8-2x)} = \frac{15\cdot(x+4)\cdot(x-4)}{10\cdot(4-x)} = \frac{-\cancel{15}^3\cdot(x+4)\cdot\cancel{(x-4)}^1}{{}_2\cancel{10}\cdot\cancel{(-4+x)}_1} = \frac{-3\cdot(x+4)}{2}$$

$$\frac{4b^2}{6ab-2b^2}\cdot\frac{3a^2-ab}{3a^2+ab} = \frac{4b^2\cdot a\cdot(3a-b)}{2\cdot b\cdot(3a-b)\cdot a\cdot(3a+b)} = \frac{{}^2\cancel{4}\cancel{a}^1\cancel{b^2}^b\cdot\cancel{(3a-b)}^1}{{}_1\cancel{2}\cancel{a}_1\cancel{b}_1\cdot\cancel{(3a-b)}_1\cdot(3a+b)} = \frac{2b}{3a+b}$$

2) Quotient de deux fractions

Pour **diviser** une fraction par une fraction,
on **multiplie** la **première** fraction par **l'inverse** de la **seconde**.

Exemples

$\frac{3}{2y}:\frac{6}{10y} = \frac{3}{2y}\cdot\frac{10y}{6} = \frac{{}^5\cancel{30}\cdot\cancel{y}^1}{{}_2\cancel{12}\cdot\cancel{y}_1} = \frac{5}{2}$ $\qquad$ $\frac{8ab}{3}:4a = \frac{8ab}{3}\cdot\frac{1}{4a} = \frac{{}^2\cancel{8}\cancel{a}^1b}{{}_3\cancel{12}\cancel{a}_1} = \frac{2b}{3}$

$$\frac{\frac{a+2}{b}}{\frac{a^2-4}{a^2b}} = \frac{a+2}{b}:\frac{a^2-4}{a^2b} = \frac{a+2}{b}\cdot\frac{a^2b}{a^2-4} = \frac{a^2b\cdot(a+2)}{b\cdot(a^2-4)} = \frac{a^2\cancel{b}^1\cdot\cancel{(a+2)}^1}{{}_1\cancel{b}\cdot\cancel{(a+2)}_1\cdot(a-2)} = \frac{a^2}{a-2}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Effectue et simplifie si possible.

$$\frac{-6}{5a} : \frac{7}{15a^2} = \frac{-6}{5a} \cdot \frac{15a^2}{7} = \frac{-^{18}\cancel{90}\,\cancel{a^2}^{a}}{_7\cancel{35}\,\cancel{a}_1} = \frac{-18a}{7}$$

$$\frac{\frac{a^2b}{2x}}{\frac{4a}{xy}} = \frac{a^2b}{2x} : \frac{4a}{xy} = \frac{a^2b}{2x} \cdot \frac{xy}{4a} = \frac{\cancel{a^2}^{a}\,b\,\cancel{x}^1\,y}{8\,\cancel{a}_1\,\cancel{x}_1} = \frac{aby}{8}$$

$$\frac{3a-3}{2b+4} : \frac{9}{8} = \frac{3a-3}{2b+4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{3.(a-1).8}{2.(b+2).9} = \frac{^4\cancel{24}.(a-1)}{_3\cancel{18}.(b+2)} = \frac{4.(a-1)}{3.(b+2)}$$

$$\frac{a^2-1}{5} : (1-a) = \frac{a^2-1}{5} \cdot \frac{1}{1-a} = \frac{(a+1).(a-1)}{5.(1-a)} = \frac{-\cancel{(a-1)}^1.(a+1)}{5.\cancel{(-1+a)}_1} = \frac{-(a+1)}{5} = \frac{-a-1}{5}$$

$$9a : \frac{6a^2-3ab}{4a^2-b^2} = \frac{9a}{1} \cdot \frac{4a^2-b^2}{6a^2-3ab} = \frac{^3\cancel{9}\,\cancel{a}^1.(2a+b).\cancel{(2a-b)}^1}{_1\cancel{3}\,\cancel{a}_1.\cancel{(2a-b)}_1} = 3.(2a+b)$$

3) Synthèse

88

Pour **diviser** une fraction par une fraction, on **multiplie** la première fraction par l'inverse de la seconde.

Pour **multiplier** deux fractions, on multiplie les numérateurs et les dénominateurs entre eux et on **simplifie**, si possible, la fraction obtenue.

Pour **simplifier** une fraction algébrique, on **factorise** le numérateur et le dénominateur et on divise le numérateur et le dénominateur par leurs facteurs communs.

Effectue.

$$\frac{4a^2-9}{4} \cdot \frac{12}{4a+6} = \frac{^3\cancel{12}.\cancel{(2a+3)}^1.(2a-3)}{_2\cancel{8}.\cancel{(2a+3)}_1} = \frac{3.(2a-3)}{2}$$

$$\frac{a+2}{a^2-1} : \frac{3a+6}{a+1} = \frac{a+2}{a^2-1} \cdot \frac{a+1}{3a+6} = \frac{\cancel{(a+2)}^1.\cancel{(a+1)}^1}{3.\cancel{(a+1)}_1.(a-1).\cancel{(a+2)}_1} = \frac{1}{3.(a-1)}$$

$$\frac{2ab}{4a^2-b^2} \cdot \frac{6a-3b}{4a^2} = \frac{2ab.(6a-3b)}{4a^2.(4a^2-b^2)} = \frac{^3\cancel{6}\,\cancel{a}^1 b.\cancel{(2a-b)}^1}{_2\cancel{4}\,\cancel{a^2}_a.(2a+b).\cancel{(2a-b)}_1} = \frac{3b}{2a.(2a+b)}$$

$$\frac{8a^2-2b^2}{6a+3b} : \frac{4a-2b}{9} = \frac{8a^2-2b^2}{6a+3b} \cdot \frac{9}{4a\text{-}2b} = \frac{9.2.(2a+b).(2a-b)}{3.2.(2a+b).(2a-b)} = \frac{^3\cancel{18}.\cancel{(2a+b)}^1.\cancel{(2a-b)}^1}{_1\cancel{6}.\cancel{(2a+b)}_1.\cancel{(2a-b)}_1} = 3$$

$$\frac{ab}{a^3b-ab^3} . (b-a) = \frac{a.b.(b-a)}{a.b.(a^2-b^2)} = \frac{-a.b.(-b+a)}{a.b.(a^2-b^2)} = \frac{-\cancel{a}^1\,\cancel{b}^1.\cancel{(-b+a)}^1}{_1\cancel{a}\,\cancel{b}_1.(a+b).\cancel{(a-b)}_1} = \frac{-1}{a+b}$$

$$\frac{4a-8}{2b-4} : \frac{3a-6}{b^2-4} = \frac{4a-8}{2b-4} \cdot \frac{b^2-4}{3a-6} = \frac{^2\cancel{4}.\cancel{(a-2)}^1.\cancel{(b-2)}^1.(b+2)}{_3\cancel{6}.\cancel{(b-2)}_1.\cancel{(a-2)}_1} = \frac{2(b+2)}{3}$$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Section 6 • Fonctions du 1er degré

Fiche 6.1 Graphique d'une fonction du 1er degré

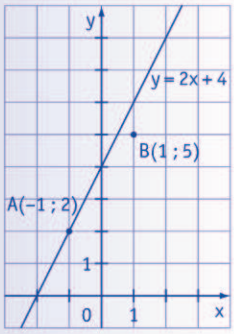
1) Appartenance d'un point au graphique d'une fonction

Un point appartient au graphique d'une fonction si ses coordonnées vérifient l'équation du graphique.

Exemple : f : x → y = 2x + 4

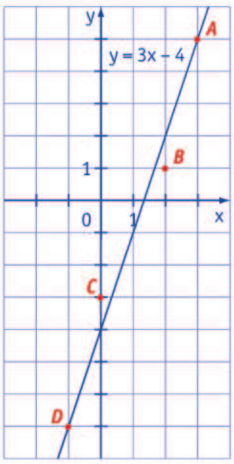
Le point A de coordonnées (**−1** ; *2*) appartient au graphique de f car *2* = 2 . **(−1)** + 4
2 = −2 + 4
2 = 2

Le point B de coordonnées (**1** ; *5*) n'appartient pas au graphique de f car *5* ≠ 2 . **1** + 4
5 ≠ 2 + 4
5 ≠ 6



Place les points A, B, C et D puis vérifie par calcul s'ils appartiennent au graphique de la fonction f.

f : x → y = 3x − 4



A(3 ; 5)
5 = 3 . 3 − 4
5 = 9 − 4
5 = 5

B(2 ; 1)
1 ≠ 3 . 2 − 4
1 ≠ 6 − 4
1 ≠ 2

C(0 ; −3)
−3 ≠ 3 . 0 − 4
−3 ≠ −4

D(−1 ; −7)
−7 = 3 . (−1) − 4
−7 = −3 − 4
−7 = −7

Complète le tableau par vrai ou faux.

Fonctions	Les points A, B, C et D appartiennent au graphique de la fonction.			
	A (−1 ; −2)	B (−3 ; 2)	C (1 ; 4)	D (2 ; 1)
f : x → y = 3x + 1	*Vrai*	*Faux*	*Vrai*	*Faux*
f : x → y = x − 1	*Vrai*	*Faux*	*Faux*	*Vrai*
f : x → y = −3x + 7	*Faux*	*Faux*	*Vrai*	*Vrai*
f : x → y = −2x − 4	*Vrai*	*Vrai*	*Faux*	*Faux*
f : x → y = 2	*Faux*	*Vrai*	*Faux*	*Faux*