Collège Saint-Barthélemy
Y. Michiels

Mathématique – Troisième année

1

UAA5 – Outils Algèbriques

Polynômes

Factorisation

Frac. Algébriques

Exposants entiers

OBJECTIFS – UAA5 : Les outils algébriques

Connaitre

- Utiliser la calculatrice pour calculer la valeur numérique d'un polynôme.
- Ecrire l'égalité traduisant la division d'un polynôme par un autre.
- Reconnaitre qu'un polynôme est divisible par (x – a) sans effectuer la division.

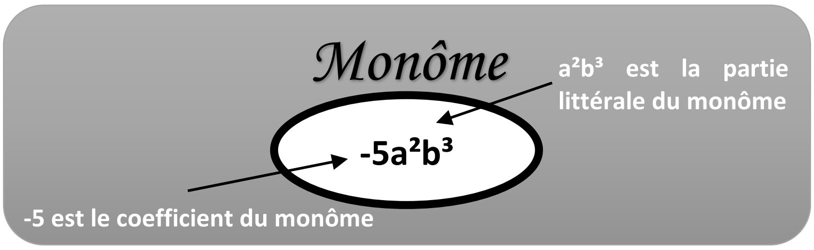
Appliquer

- Calculer la valeur numérique d'un polynôme.
- Factoriser une expression algébrique en utilisant les méthodes prévues par le programme.
- Poser les conditions d'existence d'une fraction rationnelle et la simplifier.
- Effectuer les opérations fondamentales sur deux fractions algébriques qui ne comportent qu'une variable.
- Utiliser les propriétés des puissances pour modifier l'écriture d'une expression algébrique afin d'obtenir une expression sans exposant négatif, sans dénominateur.

EXPLORATION : POLYNOMES, FACTORISATION ET FRACTIONS ALGEBRIQUES

1. VOCABULAIRE

Une expression algébrique telle que $\mathbf{3x^2 - 2x^5 + 4x - 1}$ est appelée **polynôme**. En effet, c'est une somme algébrique dont les termes sont des **monômes**, c'est-à-dire un produit de facteurs : un facteur est numérique (le coefficient) et les autres algébriques (si le monôme est réduit).



Pour effectuer des opérations sur des polynômes, il est préférable qu'ils soient **réduits** et **ordonnés**, comme les deux polynômes à une **variable** $P_1(x)$ et $Q(x)$ ci-dessous :

$$\mathbf{P_1(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3 - 2} \qquad \textbf{et} \qquad \mathbf{Q(x) = -3x^2 + 4x + 2}$$

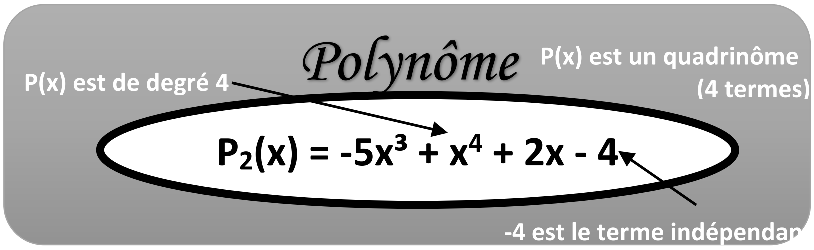
Un **polynôme est réduit** quand les termes semblables ont été additionnés (« Réduire » le polynôme).

Un **polynôme réduit est ordonné** quand les termes sont écrits dans l'ordre décroissant (ou croissant) des puissances de la variable (ici « x »).

Le **degré d'un polynôme** est la puissance la plus élevée de la variable : $P_1(x)$ est du 5ème degré, $Q(x)$ est du 2ème degré.

Un **polynôme est complet** si toutes les puissances positives de la variable inférieure ou égale au degré du polynôme sont représentées : $P_1(x)$ est incomplet (les termes en x^2 et en x manquent) mais $Q(x)$ est complet.

Le **terme indépendant** d'un polynôme est le terme dont la puissance de la variable est égale à zéro : -2 est le terme indépendant de $P_1(x)$ (il est « indépendant » de la valeur de x) et 2 est celui de $Q(x)$.



Calculer **la valeur numérique d'un polynôme** consiste à remplacer la variable par un nombre. En remplaçant « x » par -2 dans le polynôme $Q(x)$, tu obtiens :

$$Q(-2) = -3.(\boldsymbol{-2})^2 + 4.(\boldsymbol{-2}) + 2 = -12 + (-8) + 2 = \mathbf{-18}$$

On dira que : **-18** est la **valeur numérique du polynôme** $Q(x)$ pour x = -2.

En Langage Mathématique (L.M.) : $\mathbf{Q(-2) = -18}$

2. *OPERATIONS SUR LES POLYNOMES : rappels de deuxième année*

Série 1

Réduis au maximum les expressions suivantes :

1] $4x^2 - (-5x^2) =$

2] $(-2) . 5a =$

3] $(-2x^2) + (-7x^2) =$

4] $(-12a) . (-5b) =$

5] $-(-6d) - (+13d) =$

6] $-(+2ab) + (-8ab) =$

7] $4ac . (-12by) =$

8] $3x - (-10x) =$

9] $2 . (-3a) . 2b . (-2ab) =$

10] $3a . (-2b) + 2b . (-a) =$

Solutions :
$9x^2$
$-10a$
$-9x^2$
$60ab$
$-7d$
$-10ab$
$-48abcy$
$13x$
$24a^2b^2$
$-8ab$

Série 2

Transforme ces expressions pour qu'elles ne contiennent plus de parenthèses puis réduis si cela est possible.

11] $(7a + 8) - (5a + 10) =$

12] $(3a - 10) - 34a =$

13] $6a + 3b - (4b - 7a) =$

14] $6x - 7t + (5m - 6t) =$

15] $x - 2y - (x + 2y) =$

Solutions :
$2a - 2$
$-31a - 10$
$13a - b$
$6x - 13t + 5m$
$-4y$

Série 3

- indique d'abord s'il s'agit de **P** (opérations sur les puissances), **SD** (simple distributivité), **DD** (double distributivité), **CB** (carré de binômes) ou **PBC** (produit de binômes conjugués).
- Puis transforme les expressions suivants en somme de termes et réduis-les si possible.

16] $(7a + 8).(2a^2 - 5a - 10) =$

17] $(5a - 3).(5a + 3) =$

18] $(5a - 3)^2 =$

19] $-3a.(2a - 4) =$

20] $\dfrac{3a^7b^5}{-16a^5b^{12}} \cdot \dfrac{(-2a^2b^3)^3}{(-3ab^2)^2} =$

Série 4

Effectue puis réduis au maximum.

21] $-2x(x^2 - 3) - (x + 1)(x - 1) + (-3 - 2x)^2 =$

22] $(x - 3)^2 - (2x + 3)(-x - 1) + (-3 - 2x)(-2x + 3) =$

23] $2x^2 - (-2 + x)^2 - 2x(3 - x) =$

3. *Complète les cases vides du tableau suivant.*

		Ecriture sous forme de SOMME	Ecriture sous forme de PRODUIT	QUOTIENT $\frac{A}{B}$
1)	a		$a(3 + b)$	
	b	$5a - ab$		
2)	a	$2x - 2$		
	b		$6(x - 1)$	
3)	a		$(a + 2)^2$	
	b	$a^2 - 4$		
4)	a	$3ab - a^2$		
	b	$3b^2 - ab$		
5)	a		$2(3 + a)$	
	b	$4a - 4$		
6)	a	$a^2 - a$		
	b	$a^2 - 1$		
7)	a		$2a(1 + 2b)$	
	b		$(2a - 1)(2a + 1)$	
8)	a	$a^2 - 2a + 1$		
	b	$1 - a^2$		
9)	a		$(2 + 3a)(2 - 3a)$	
	b	$9a^2 - 12a + 4$		
10)	a		$3(x - 1)$	
	b	$6 - 6x$		
11)	a		$(b - 1)^2$	
	b		$(1 - b)^2$	
12)	a	$x^2 - 1$		
	b		$(x + 1)(x - 1)^2$	

		Ecriture sous forme de SOMME	Ecriture sous forme de PRODUIT	QUOTIENT $\frac{A}{B}$
13)	a	$9 - x^2$		
	b		$(x-3)^2$	
14)	a	$2x^2 + 8x + 8$		
	b		$4(x+2)(2-x)$	
15)	a	$-18a^2 + 27a^6$		
	b	$24a^2b^2 + 30ab^3$		
16)	a	$3x(2a-3b) - 4y(2a-3b)$		
	b	$9x^2 - 24xy + 16y^2$		
17)	a	$-25a^2 + 16$		
	b	$25a^2 + 16 - 20a$		
18)	a	$a^2 - 5$		
	b		$(a + \sqrt{5})(2a - \sqrt{3})$	
19)	a	$25x^3 - x$		
	b	$50x^2y - 2y$		
20)	a	$ab^2 - 2abc + ac^2$		
	b		$a(c-b)(2b+c)$	
21)	a	$x^2 - 5x + 6$		
	b	$3x^2 - 12$		
22)	a	$3y^2 - 5y + 2$		
	b		$(2-3y)^2$	
23)	a	$4x^2 - 20x + 25$		
	b	$2x^2 - 3x - 5$		
24)	a		$(x-1)(x+2)$	
	b	$-x^2 - 2x + 3$		

4. ***Mise en évidence***

Factorise au maximum :

1] $3x + 6 =$

2] $5a^2 - 15ab =$

3] $6a^2b^3 - 4ab =$

4] $7x^3 + 21x^2y =$

5] $4xy + 3xy =$

6] $3x^3 - 5x^2 =$

7] $-8s - 4s^2 =$

8] $2x(a + 3) + 2x(-a - 4) =$

9] $-3a(-b + 2) + 8b(-b + 2) =$

10] $4x^3(a - 5) - 3(a - 5) =$

11] $3a(2 - 5y) + 2b(2 - 5y) =$

12] $3a(2 - 5y) + 2b(5y - 2) =$

13] $(x - 1)(2x - 3) + (x - 1)(4x + 5) =$

14] $(2x + 1)(-4x + 1) - (2x + 1)(3x - 6) =$

15] $(2x + 3)(x + 5) + (-2x - 3)(3x - 6) =$

16] $(-3x + 2)(2x - 4) - (-3x + 2)(5x + 3) =$

17] $(2x - 1)^2 - 5(2x - 1) =$

18] $(3x + 2)^3 - 5x(3x + 2)^2 =$

19] $(a - 4) - 7x(4 - a) =$

20] $(x - 2)^5 + (x - 2)^3 =$

5. ***Différence de deux carrés***

Factorise au maximum :

Série 1	Série 2
1] $a^2 - 9 =$	11] $x^4 - y^4 =$
2] $4x^2 - 1 =$	12] $16a^4 - 81 =$
3] $16 - y^2 =$	13] $-625a^8 + 1 =$
4] $-25x^2 + 1 =$	14] $a^4b^4 - 1 =$
5] $169x^2 - 121 =$	15] $a^3 - ab^2 =$
6] $196 - 144x^2 =$	16] $3ab^4 - 12a^3 =$
7] $\frac{1}{9} - 4x^2 =$	17] $5xy^2 - 45xz^2 =$
8] $121x^2y^2 - 25a^2 =$	18] $3x^5 - 75xy^4 =$
9] $-289 + x^2 =$	19] $5ax^2y^2 - 125a =$
10] $256x^2 - 324 =$	20] $(x + 2)^2 - (2x - 1)^2 =$

6. ***Trinôme carré parfait***

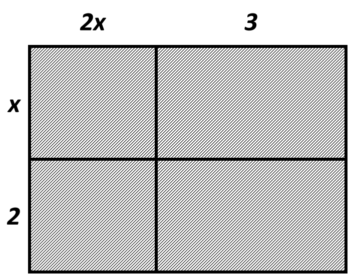
Factorise au maximum :

Série 1	Série 2
1] $a^2 - 6a + 9$	6] $\frac{4x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{xy}{3}$
2] $4x^2 + 4xy + y^2$	7] $5x^2 + 10x + 5$
3] $16a^2 + 25b^2 - 40ab$	8] $3x^3 + 12x^2 + 12x$
4] $4 + 9a^4 + 12a^2$	9] $-49 - x^2 + 14x$
5] $\frac{a^2}{9} + 2a + 9$	10] $9a^3b^3 + 16ab - 24a^2b^2$

Pour s'entrainer → http://mathsmentales.net/old/

7. ***Double distributivité et "méthode des rectangles" (Produit cartésien)***

Rappel de ce qui a été vu en 2ème année :



$(2x + 3)(x + 2) =$

Développe les produits suivants par la méthode du produit cartésien :

	x	**2**
3x		
-4		

(x + 2). (3x – 4) =

(x – 2).(3x + 4) =

Complète les tableaux suivants ainsi que les égalités correspondantes :

	x	
	x^2	
		4

(x + 1). (..... ... .) =

	x	
	x^2	$-5x$
	$-3x$	

(..... ... .). (..... ... .) =

	x^2	$3x$
	$3x$	

(..... ... .). (..... ... .) =

	x^2	
		$+ 3$

(..... ... .). (..... ... .) = $x^2 + 4x + 3$

$3x^2 - 5x + 2 =$

$-x^2 - x + 6 =$

$4x^2 - 4x - 3 =$

$-2x^2 + 11x - 14 =$

Et pour les courageux…

	x³		
			-4

$x^3 + x^2 - 4x - 4 \quad = (x - 2)(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$= (x - 2)(\ldots\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$2x^3 - x^2 - 5x - 2 \quad = (\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots\ldots.\ \ldots..)$

$= (\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots)$

Pour s'entraîner :

1] $x^2 - 7x + 12 =$

2] $3x^2 - 14x - 5 =$

3] $-3x^2 - 8x + 16 =$

4] $3x^2 + x - 4 =$

5] $4x^2 - 12x + 9 =$

6] $6x^2 - x - 1 =$

7] $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 =$

8] $2x^3 - 11x^2 + 10x + 8 =$

9] $x^3 + 3x^2 - 4 =$

10] $x^3 + 1 =$

8. *Exercices synthèses*

Série 1 – Factorise au maximum

1] $9x^2 - 25$

2] $x^2 - 13x + 40$

3] $100x^2 + 60x + 9$

4] $3x^2 - 42x + 99$

5] $5x^2 - 15$

6] $20x^2 - 60x + 45$

7] $2x^2 + 20x + 42$

8] $81x^2 - 90x + 25$

9] $x^4 - 1$

10] $x^3 - 2x^2 - 99x$

11] $2x^3 + 4x^2 + 2x$

12] $12a^2b^3 - 30ab^2c$

13] $4x^2 - 8x + 4$

14] $x^4 - 18x^2 + 81$

15] $3x^3 - 27x$

16] $a(2x - y) + b(y - 2x)$

17] $9a^7 - 12a^4b + 4ab^2$

18] $(x - 3)(x + 4) - (7 - x)(x - 3)$

19] $1 - x^8$

20] $2x^2 - 12x + 18$

21] $25x^2 - (3x - 2)^2$

22] $-1 + x^2$

23] $12x^2y^2 - 18xy^3 + 24x^3y$

24] $48x^3 - 3x$

25] $5x(x + 2)^2 - 3(x + 2)$

Série 2 – Factorise au maximum

26] $ax + 3x - ay - 3y$

27] $(2x + 1)^2 - (3x - 2)^2$

28] $2x^2 - 4x - 48$

29] $x^2 - 6$

30] $x^5 - x^4 - x + 1$

31] $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

32] $x^4 + 0{,}2x^2 + 0{,}01$

33] $x^4 - 16$

34] $(2x + 3)^2 - (3x - 1)^2$

35] $3x^6 - 48x^2$

36] $x^3 + 3x^2 - 16x - 48$

37] $-x^2 + 9$

38] $x^2 + 11x - 12$

39] $3x^2 - 3x + \frac{3}{4}$

40] $-7x^2 + 28x - 28$

41] $4x^2 - 7$

42] $1 - x^{16}$

43] $x^3 - x - 2x^2 + 2$

44] $x^2 - 5x + 24$

45] $x(b - a) - y(a - b)$

46] $(7x + 2)^2 - 256x^2$

47] $-x^6 + 2x^3 - 1$

48] $-x^2 + 9$

49] $x^2 + 7$

50] $0{,}09x^2 - 0{,}12x + 0{,}04$

📖 *Synthèse sur la factorisation – FIN DE LA PREMIERE PARTIE*

9. *Loi du reste - Division euclidienne par un binôme du premier degré*

9.1. Rappel : Division euclidienne dans N

En n'utilisant que des nombres naturels, effectue ces divisions.

$$84 \,\big|\, \underline{11} \qquad 84 \,\big|\, \underline{2} \qquad 84 \,\big|\, \underline{4} \qquad 84 \,\big|\, \underline{5}$$

En t'aidant des calculs ci-dessus, complète les égalités suivantes:

84 = 11 . ..... + ...

84 = 2 . ..... + ...

84 = 4 . ..... + ...

84 = 5 . ..... + ...

Pour le dernier cas, Frédo a réalisé le calcul suivant:

$$\begin{array}{r|l} 84 & \underline{5\quad} \\ -\underline{5} & 15 \\ 34 & \\ -\underline{25} & \\ 9 & \end{array}$$

et a écrit: 84 = 5 . 15 + 9

Qu'en penses-tu ?

....

Nous retiendrons que :

Dans une division, **le reste est toujours ....**

D'où, si on divise 84 par 5, on a

84 = 5 . 16 + 4 avec 4 < 5

84 s'appelle le dividende de l'opération « division » **D**

5 s'appelle le diviseur de la division **d**

16 le quotient de la division **q**

4 le reste de la division **r**

On en déduit la relation :

$$D = d \, . \, q + r$$

9.3. Division par (x – a) et loi du reste

a) Effectue les divisions du polynôme P(x) par le binôme d(x).

b) Exprime ensuite P(x) sous la forme P(x) = d(x) . Q(x) + R(x) (avec Q(x) = quotient et R(x) = reste)

c) Que vaut le reste de ces divisions ?

d) Calcule la valeur numérique de P(x) pour x = a (calcule P(a))

P(x)	d(x)	P(x) = d(x) . Q(x) + R(x)	Reste
I. $4x^3 - 3x^2 - 5x + 1$	$x - 2$		
II. $x^3 - 2x^2 + x - 3$	$x - 3$		
III. $-2x^4 + x^3 + 3x^2 - 8x + 12$	$x + 2$		
IV. $2x^3 - 4x^2 + 5x - 1$	$x + 1$		
V. $2x^3 + 6x^2 + x + 3$	$x + 3$		
VI. $-2x^3 - 4x + 16$	$x - 4$		
VII. $x^3 - 64$	$x - 4$		
VIII. $x^5 - 3x^2 + 1$	$x - 1$		

9.4. Calcul du reste

a) Calcule le reste de la division du polynôme $2x^3 + 7x^2 - 9x + 3$ par les binômes suivants :

$(x - 2)$; $(x - 1)$; $(x + 3)$; $(x - 3)$; $(x + 1)$; $(x + 2)$

b) Le polynôme P(x) est-il divisible par le binôme d(x) ? Si oui, factorise P(x) par la méthode des rectangles.

	P(x)	d(x)		P(x)	D(x)
I.	$x^3 - 7x^2 - 12x - 4$	$x + 1$	II.	$3x^5 - x^3 - 2x + 2$	$x + 3$
III.	$x^3 - x^2 + 4x - 4$	$x - 1$	IV.	$x^4 - 2x^3 - 4x + 16$	$x - 4$
V.	$x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x + 3$	$x - 3$	VI.	$x^3 - 8$	$x - 2$
VII.	$2x^2 - 2x - 4$	$x + 1$	VIII.	$x^3 + 4x^2 + x - 6$	$x + 2$

9.5. Applications directes

Factorise au maximum les polynômes suivants :

$P_1(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$	$P_4(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
$P_2(x) = 2x^3 - x^2 - 18x + 9$	$P_5(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$
$P_3(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 2$	$P_6(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

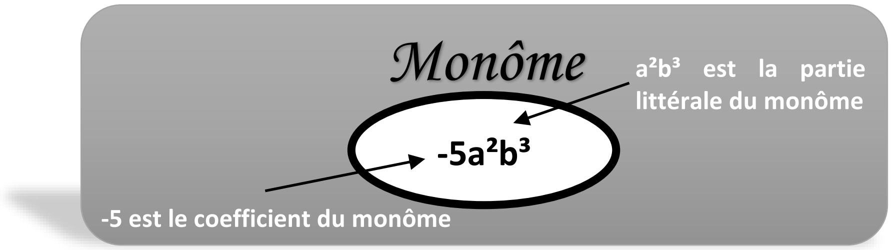
Synthèse sur la loi du reste – FIN DE LA DEUXIEME PARTIE

SYNTHESE : POLYNOMES, FACTORISATION ET FRACTIONS ALGEBRIQUES

1. LES POLYNOMES

1.1. Vocabulaire

Une expression algébrique telle que $\mathbf{3x^2 - 2x^5 + 4x - 1}$ est appelée **polynôme**. En effet, c'est une somme algébrique dont les termes sont des **monômes**, c'est-à-dire un produit de facteurs : un facteur est numérique (le coefficient) et les autres algébriques (si le monôme est réduit).



Pour effectuer des opérations sur des polynômes, il est préférable qu'ils soient **réduits** et **ordonnés**, comme les deux polynômes à une **variable** $P_1(x)$ et $Q(x)$ ci-dessous :

$$\mathbf{P_1(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3 - 2} \qquad \textbf{et} \qquad \mathbf{Q(x) = -3x^2 + 4x + 2}$$

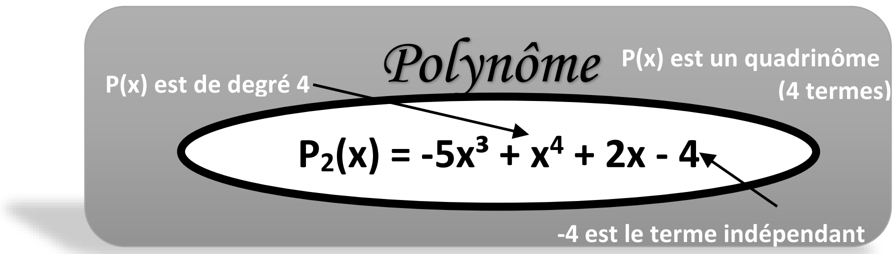
Un **polynôme est réduit** quand les termes semblables ont été additionnés (« Réduire » le polynôme).

Un **polynôme réduit est ordonné** quand les termes sont écrits dans l'ordre décroissant (ou croissant) des puissances de la variable (ici « x »).

Le **degré d'un polynôme** est la puissance la plus élevée de la variable : P(x) est du 5ème degré, Q(x) est du 2ème degré.

Un **polynôme est complet** si toutes les puissances positives de la variable inférieure ou égale au degré du polynôme sont représentées : P(x) est incomplet (les termes en x^2 et en x manquent) mais Q(x) est complet.

Le **terme indépendant** d'un polynôme est le terme dont la puissance de la variable est égale à zéro : -2 est le terme indépendant de P(x) (il est « indépendant » de la valeur de x) et 2 est celui de Q(x).



1.2. Valeur numérique d'un polynôme

Calculer **la valeur numérique d'un polynôme** consiste à remplacer la variable par un nombre. En remplaçant « x » par -2 dans le polynôme Q(x), tu obtiens :

$$Q(-2) = -3.(\boldsymbol{-2})^2 + 4.(\boldsymbol{-2}) + 2 = -12 + (-8) + 2 = \mathbf{-18}$$

On dira que : **-18** est la **valeur numérique du polynôme** Q(x) pour x = -2.
En Langage Mathématique (L.M.) : $\mathbf{Q(-2) = -18}$

1.3. Exercices simples

Complète le tableau suivant :

Polynôme	Polynôme ordonné	Degré	Complet / Incomplet
$x^3 + 2x^2 - 6x + 5$			
$-8x + 5x^2 - 4x^3$			
$x + 2x^4 - 6x^2 + 7$			
$1 - 2x + 3x^2$			
$6x + 4 - 2x^3 + 5x^2$			
$5 - x - x^2 + 3x^4$			

2. OPERATIONS SUR LES POLYNOMES

2.1. Somme de polynômes

Dans chaque cas, précise le degré de la somme des polynômes A(x) et B(x), sans avoir calculé celle-ci.

A(x)	B(x)	d°(A(x) + B(x))
$3x^6 - 2x^4 + 3x + 5$	$5x^4 + 4x^2 - 3x + 1$	
$5x^3 + 2x^2 + x - 9$	$-4x^3 + 3x + 6$	
$2x^4 - 7x^2 + 3x + 3$	$-2x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 6x - 1$	
$2x^2 + 4x + 7$	$3x^5 - 2x^2 + x - 4$	
$-x^4 + 2x^3 - 5x^2 + x - 8$	$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 8$	

Voici trois polynômes du deuxième degré en x :

$P_4(x) = 2x^2 - 5x + 4$

$P_5(x) = 5x^2 - 2x - 3$

$P_6(x) = 7x + x^2 - 5$

Exemple :

Réduis et ordonne l'expression suivante :

$P_4(x) \quad + \quad P_5(x) \quad - \quad P_6(x)$

$(2x^2 - 5x + 4) + (5x^2 - 2x - 3) - (7x + x^2 - 5) \quad = 2x^2 - 5x + 4 + 5x^2 - 2x - 3 - 7x - x^2 + 5$ $\square_1$

$= 6x^2 - 14x + 6$ $\square_2$

$\square_1$: application des règles des parenthèses

$\square_2$: *réduction de termes semblables* (c'est-à-dire des monômes qui ont la même partie littérale : « les mêmes lettres avec les mêmes exposants ») et écriture ordonnée du polynôme.

- ✓ Quel est le degré du polynôme obtenu ? ……
- ✓ Comment prévoir le degré d'une somme de polynômes ?

……

……

2.2. Produit de polynômes

Dans chaque cas, précise le degré du produit des polynômes A(x) et B(x), sans avoir calculé celui-ci.

A(x)	B(x)	d°(A(x) . B(x))
$3x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 3x + 1$	$3x^5$	
$-4x^2 + 3x + 7$	$2x^5 + 2x^4 - 4x^2 + x + 8$	
$7x^3 - 3x^2 - 2x + 10$	$-7x^3 + 3x^2 + 2x - 10$	
$2x^4 - 9x^3 + 4x^2 - 3x - 1$	$2x^4 - 9x^3 + 4x^2 - 3x - 1$	

Exemple :

Effectue puis ordonne l'expression suivante :

$P_4(x) \quad . \quad P_5(x)$

$(2x^2 - 5x + 4) . (5x^2 - 2x^3 - 3) \;\overset{\square_1}{=}\; \underline{10x^4} - 4x^5 \underline{- 6x^2} \underline{\underline{- 25x^3}} \underline{+ 10x^4} + 15x \underline{+ 20x^2} \underline{\underline{- 8x^3}} - 12$

$= -4x^5 + \underline{20x^4} \underline{\underline{- 23x^3}} \underline{+ 14x^2} + 15x - 12$ $\quad \square_2$

$\square_1$: application de la distributivité.
$\square_2$: réduction des termes semblables et écriture ordonnée du polynôme.

- ✓ Comment prévoir, avant d'effectuer ce produit, le terme de degré le plus élevé ?

....

....

....

- ✓ Comment prévoir le terme indépendant de ce produit ?

....

....

....

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES
MATH POUR RÉUSSIR : PAGES 53 À 57

2.3. Division euclidienne d’un polynôme par un binôme du premier degré

A l’école primaire, tu as appris à diviser un nombre naturel par un autre en calcul écrit. Il s’agit d’une division Euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{-10} & 2 \\ r = 3 & \end{array}$$

Donc 13 = 2 . 5 + 3 mais aussi $\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5}$

Dividende = diviseur . quotient + reste

$D = d \cdot q + r$ **(avec r < d)**

$$\frac{\textbf{Dividende}}{\textbf{diviseur}} = \textbf{quotient} + \frac{\textbf{reste}}{\textbf{diviseur}}$$

$$\frac{D}{d} = q + \frac{r}{d}$$ **(avec r < d)**

En général :

D’une manière analogue, si on divise un polynôme P(x) par un polynôme d(x), alors il existe deux polynômes q(x) et r(x) tels que :

Remarque :

1. Si r(x) = 0, on dit que P(x) est divisible par d(x). En effet, on aura :

   P(x) = d(x) . q(x)

P(x) = d(x) .q(x) + r(x) **avec degré de r(x) < degré de d(x)**

2. Si D(x) est du premier degré, le reste de cette division sera toujours……………………..

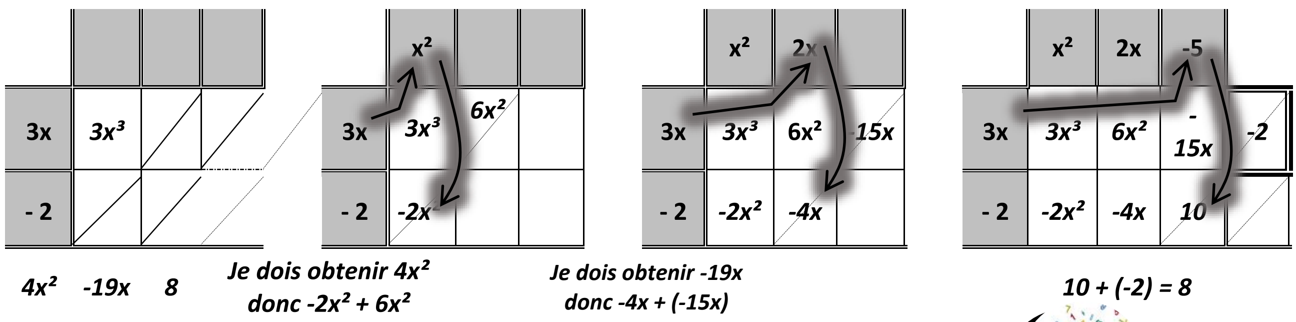
Exemple :

$P(x) = 3x^3 + 4x^2 - 19x + 8$ et $q(x) = 3x - 2$

$$\begin{array}{l|l} 3x^3 + 4x^2 - 19x + 8 & 3x - 2 \\ \cline{2-2} \underline{-(3x^3 - 2x^2)} & x^2 + 2x - 5 \\ \quad 6x^2 - 19x & \\ \underline{-(6x^2 - 4x)} & \\ \quad -15x + 8 & \\ \underline{-(-15x + 10)} & \\ \quad -2 = \text{reste} & \end{array}$$

Donc : $3x^3 + 4x^2 - 19x + 8 = (x^2 + 2x - 5).(3x - 2) + (-2)$

Disposition pratique :



2.4. Division d'un polynôme par un binôme de la forme (x – a) et loi du reste

Quand on divise un polynôme P(x) par un binôme de la forme (x – a), on sait que le degré du reste est égal à « 0 ». En d'autres mots, le reste sera toujours un nombre.

Loi du reste :

Le reste de la division d'un polynôme P(x) par un binôme de la forme (x – a) est la valeur numérique de ce polynôme pour x = a

Démonstration :

$P(x) = D(x) . Q(x) + r(x)$ avec R(x) qui est un nombre. Soit r = ce nombre

$\Rightarrow$ $P(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x} - a) . Q(\boldsymbol{x}) + r$

Calculons P(a) :

$P(\boldsymbol{a}) = (\boldsymbol{a} - a) . Q(\boldsymbol{a}) + r$

$\Rightarrow$ $P(a) = 0 . Q(a) + r$

$\Rightarrow$ $P(a) = r$

2.5. Divisibilité d'un polynôme par un binôme de la forme (x – a)

Un polynôme P(x) est divisible par un binôme de la forme (x – a)

ssi

le reste de la division de P(x) par (x – a) est égal à « 0 »

ssi

le valeur numérique de P(x) pour x = a est égale à « 0 » ou P(a) = 0

2.6. Division par (x – a) et factorisation

En pratique, pour déterminer un binôme (x – a) par lequel un polynôme P(x) est divisible, il suffit de calculer les valeurs numériques de ce polynôme pour les différents diviseurs de son terme indépendant. Si une de ces valeurs numériques « a » vaut « 0 », alors P(x) sera divisible par (x – a) et tu pourras factoriser le polynôme par la méthode des rectangles.

Exemple :

Soit le polynôme $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ à factoriser.

Application	Marche à suivre
1] Div 4 = $\{\pm1 ; \pm2 ; \pm4\}$	1] ***Recherche des diviseurs du terme indépendant***
2] $P(1) = 1^3 + 1^2 - 4.1 - 4 = -6 \neq 0$ donc P(x) n'est pas divisible par (x – 1) $P(-1) = (-1)^3 - 4.(-1)^2 + (-1) - 4 = 0$ donc P(x) est divisible par (x + 1)	2] ***Calculs des valeurs numériques de P(x) jusqu'à ce qu'une d'elles donne « 0 »***
3] Méthode des rectangles (voir plus loin) :	3] ***Méthode des rectangles***

x	x^3		
+ 1			-4

x^2 $-4x$

	x^2		-4
x	x^3	$0x^2$	
+ 1	x^2		-4

Je dois obtenir x^2
donc $x^2 + 0x^2$

	x^2	$0x$	-4
x	x^3	$0x^2$	$-4x$
+ 1	x^2	$0x$	-4

$x.(…) = 0x^2$
donc $0x$

	x^2	$0x$	-4
x	x^3	$0x^2$	$-4x$
+ 1	x^2	$0x$	-4

$-4x$ donc
ok

$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x + 1).(x^2 - 4)$

$= (x + 1).(x - 2).(x + 2)$

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES
MATH POUR RÉUSSIR : PAGES 64 À 66

3. FACTORISATION

3.1. Vocabulaire

L'année dernière tu as appris, en calcul algébrique, à transformer principalement des produits en sommes (voir synthèse de 2ème pour les applications):

Cette année, tu apprends à réaliser les opérations dans l'autre sens, c'est-à-dire transformer des sommes de termes en ***produits de facteurs*** ; autrement dit ***FACTORISER***.

Produit de facteurs → *EFFECTUER ET RÉDUIRE* → Somme de termes

Somme de termes → *FACTORISER* → Produit de facteurs

3.2. Factorisation d'un polynôme

3.2.1. Mise en évidence (et distributivité simple)

$$\triangle.\square + \triangle.☺ = \triangle.(\square + ☺)$$

Exemples :

1] $12x^2 + 18xy = \boldsymbol{6x}.2x + \boldsymbol{6x}.3y$
$= \boldsymbol{6x}.(2x + 3y)$

2] $9a^3 - 3a = \boldsymbol{3a}.3a^2 - \boldsymbol{3a}.1$
$= \boldsymbol{3a}.(3a^2 - 1)$

3] $x^2.(x + 2) + 3.(x + 2) = (x + 2).(x^2 + 3)$

3.2.2. Différence de deux carrés (et produit de deux binômes conjugués)

$$\triangle^2 - ☺^2 = (\triangle + ☺).(\triangle - ☺)$$

Exemples :

1] $9a^2 - 4b^2 = (3a)^2 - (2b)^2$
$= (3a + 2b).(3a – 2b)$

$\boxed{\triangle = 3a \quad ☺ = 2b}$

2] $81x^4 – 256 = (9x^2)^2 - (16)^2$
$= (9x^2 + 16).(9x^2 - 16)$
$= (9x^2 + 16).(3x + 4).(3x – 4)$

$\boxed{\triangle = 9x^2 \quad ☺ = 16}$

$\boxed{\triangle = 3x \quad ☺ = 4}$

3] $(2x – 1)^2 - (1 – 5x)^2 = [(2x – 1) + (1 – 5x)].[(2x – 1) – (1 – 5x)]$
$= (2x – 1 + 1 – 5x).(2x – 1 – 1 + 5x)$
$= (-3x).(7x – 2)$

$\boxed{\triangle = (2x – 1) \quad ☺ = (1 – 5x)}$

4] $15ax^3 - 30a^3x = 15ax.(x^2 - 2a^2)$
$= 15ax.(x + \sqrt{2}\,a).(x - \sqrt{2}\,a)$

3.2.3. Trinôme « carré parfait » (et carré d'un binôme)

$$\triangle^2 + 2.\triangle.☺ + ☺^2 = (\triangle + ☺)^2 \quad \textit{et} \quad \triangle^2 - 2.\triangle.☺ + ☺^2 = (\triangle - ☺)^2$$

Exemples :

1] $9a^2 - 12ab + 4b^2 = (3a)^2 - 2.(3a).(2b) + (2b)^2$
$= (3a - 2b)^2$

$\boxed{\triangle = 3a \quad ☺ = 2b}$

2] $-3x^2 - 30x – 75 = -3.(x^2 + 10x + 25)$
$= -3.(x^2 + 2.x.5 + 5^2)$
$= -3.(x + 5)^2$

$\boxed{\triangle = x \quad ☺ = 5}$

3.2.4. « Méthode des rectangles » (et la double distributivité) :

$$ax^2 + bx + c = (ax + n_1).(x + n_2)$$
$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (ax + n_1)(x + n_2)(x + n_3)$$

Exemples :

1] $2x^2 - 3x – 5 = (2x ....).(x ....)$

	2x	
x	*2x²*	

	2x	+5
x	*2x²*	
-1		-5

	2x	+5
x	*2x²*	*5x*
-1	*-2x*	*-5*

5x – 2x = 3x   donc faux

	2x	-5
x	*2x²*	*-5x*
+1	*+2x*	*-5*

-5x + 2x = -3x   *Ok*

Donc : $2x^2 - 3x – 5 = (2x – 5).(x + 1)$

2] $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + x + 10 = ??$

Div 10 = {±1 ; ±2 ; ±5 ; ±10}

P(-1) = 0

	2x²		+10
x	*2x³*		
+1			*+ 10*

-7x²   *x*

	2x²		+10
x	*2x³*	*-9x²*	
+1	*2x²*		*+10*

Je dois obtenir -7x²
donc 2x² + (-9x²)

	2x²	-9x	+10
x	*2x³*	-9x²	
+1	*2x²*		*+10*

x.(…) =-9x²
donc –9x

	2x²	-9x	+10
x	*2x³*	*-9x²*	*10x*
+1	*2x²*	*-9x*	*+10*

x donc ok

Donc $2x^3 - 7x^2 + x + 10 = (x + 1).(2x^2 - 9x + 10)$

On recommence avec : $Q(x) = 2x^2 - 9x + 10$

⚠ Les valeurs numériques qui ne donnaient pas « 0 » pour le polynôme de départ P(x) ne donneront évidemment pas non plus « 0 » pour Q(x) ! Inutile de les tester à nouveau !! ⚠

$Q(2) = 0$

x	*2x²*	
-2		+10

-9x

	2x	
x	*2x²*	
-2		+10

	2x	-5
x	*2x²*	
-2		*+10*

5x – 2x = 3x   donc faux

	2x	-5
x	*2x²*	*-5x*
-2	*-4x*	*+10*

-5x + (-4x) =
-9x   *Ok*

Conclusion : $2x^3 - 7x^2 + x + 10 = (x + 1).(x – 2).(2x – 5)$

N.B. : Il est évident que cette méthode a des limites d'utilisation (fraction, racine carrée,…).

Factorisation de Polynômes

Commencer par METTRE EN ÉVIDENCE un maximum de facteurs communs à tous les termes du polynôme

Combien de termes ?

Binômes : 2 termes

☑ Différence de deux carrés

$\Delta^2 - \emptyset^2 = (\Delta + \emptyset).(\Delta - \emptyset)$

☑ Autres expressions

Méthode des rectangles

Trinômes : 3 termes

☑ Trinôme carré parfait

$\Delta^2 + 2.\Delta.\emptyset + \emptyset^2 = (\Delta + \emptyset)^2$

$\Delta^2 - 2.\Delta.\emptyset + \emptyset^2 = (\Delta - \emptyset)^2$

☑ Trinôme non carré parfait

Méthode des rectangles

Quadrinômes : 4 termes

☑ Groupements 2-2

$$ax + bx + ay + by$$
$$= a(x + y) + b(x + y)$$
$$= (x + y)(a + b)$$

☑ Autres expressions

Méthode des rectangles

3.2.5. *« Méthode des groupements » (extension)*

△.□ + △.☺ + 🗀.□ + 🗀.☺ = (△ + 🗀).(□ + ☺)

Exemples :

1] $3x^3 + 3x^2 + 5x + 5 = (3x^3 + 3x^2) + (5x + 5)$

$= 3x^2.(x + 1) + 5.(x + 1)$

$= (x + 1).(3x^2 + 5)$

2] $4x^2 - 8xy - 3ax + 6ay = (4x^2 - 8xy) - (3ax - 6ay)$

$= 4x.(x - 2y) - 3a.(x - 2y)$

$= (x - 2y).(4x - 3a)$

3.3. A quoi cela va t'il servir ?

La factorisation de polynômes permet entre autres de :

- résoudre des équations d'un degré supérieur à 1 (voir point 3) ;
- se donner des outils pour le calcul des fractions algébriques (voir point 4) ;
- préparer la détermination de zéros et l'étude du signe de fonctions polynomiales (principalement en 4ème année).

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES
MATH POUR RÉUSSIR : PAGES 67 À 78

4. RESOLUTION D'EQUATIONS SE RAMENANT A UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE

4.1. Propriété

Pour résoudre certaines équations différentes de celles envisagées en 2ème année, il faut utiliser une nouvelle propriété assez évidente :

Le produit de plusieurs réels est nul ssi un des facteurs du produit est nul.

L.M. : $\forall$ *a, b, c* $\in$ *R* : a.b.c = 0 $\Leftrightarrow$ a = 0 ou b = 0 ou c = 0

4.2. Exemples

Résous dans R les équations suivantes :

1] $2x^2 - 8x = 0$

$2x.(x - 4) = 0$ 🗀$_1$: mise en évidence

$2x = 0$ ou $x - 4 = 0$ 🗀$_2$: règle du produit nul

$x = 0$ ou $x = 4$

$S = \{0 ; 4\}$

2] $2x^3 - 7x^2 + x + 10 = 0$

$(x - 2).(x + 1).(2x - 5) = 0$ 🗀$_1$: méthode des rectangles (voir avant)

$x - 2 = 0$ ou $x + 1 = 0$ ou $2x - 5 = 0$ 🗀$_2$: règle du produit nul

$x = 2$ ou $x = -1$ ou $x = 5/2$

$S = \{2 ; -1 ; 5/2\}$

5. FRACTIONS ALGEBRIQUES

5.1. Définition

En première et en deuxième année, tu n'as rencontré que très rarement des fractions contenant des « lettres » au dénominateur :

Exemples :

1] $\frac{-7}{2-3x}$ 2] $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ 3] $\frac{7x-4}{x^3-x}$

Ces fractions sont dites « rationnelles » ou « algébriques ».

Une fraction rationnelle est une expression algébrique fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des polynômes.

5.2. Conditions d'existence

Comme pour les polynômes, tu peux calculer une valeur numérique de ces fractions rationnelles. Dans les exemples ci-dessus, si tu remplaces « x » par 1, tu obtiens :

1] $\frac{-7}{2-3\cdot\boldsymbol{1}}=\frac{-7}{-1}=7$

2] $\frac{\boldsymbol{1}^2-5\cdot\boldsymbol{1}+6}{\boldsymbol{1}^2-4}=\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$

3] $\frac{7\cdot\boldsymbol{1}-4}{\boldsymbol{1}^3-\boldsymbol{1}}=\text{"}\frac{3}{0}\text{"}$ qui ne représente pas un nombre réel.

C.E. : Dénominateur $\neq 0$

Pour qu'une **fraction existe**, c'est-à-dire qu'elle représente un nombre réel, il faut que son dénominateur soit différent de zéro.

Lorsque tu te trouves en présence d'une fraction rationnelle, tu dois poser la ou les **conditions d'existence** de cette fraction.

En pratique, il suffit de résoudre l'équation qui exprime que le dénominateur vaut zéro et exclure ces valeurs de tout calcul faisant intervenir cette fraction.

Exemples :

Fractions rationnelles	Condition d'existence	Résolution de « l'équation »	La fraction existe si…
1] $\frac{-7}{2-3x}$	$2-3x \neq 0$	$2-3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3}$	« x » est un réel différent de $\frac{2}{3}$
2] $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$	$x^2-4 \neq 0$	$x^2-4 \neq 0$ $\Leftrightarrow (x-2)(x+2) \neq 0$ $\Leftrightarrow x-2 \neq 0$ ***et*** $x+2 \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq 2$ ***et*** $x \neq -2$	« x » est un réel différent de 2 ***et*** de -2
3] $\frac{7x-4}{x^3-x}$	$x^3-x \neq 0$	$x^3-x \neq 0$ $\Leftrightarrow x.(x^2-1) \neq 0$ $\Leftrightarrow x.(x-1).(x+1) \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq 0$ ***et*** $x-1 \neq 0$ ***et*** $x+1 \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq 0$ ***et*** $x \neq 1$ ***et*** $x \neq -1$	« x » est un réel différent de 0 ; de 1 ***et*** de -1

5.3. Simplification de fractions algébriques

Simplifier une fraction rationnelle, c'est diviser les polynômes du numérateur et du dénominateur par **tous leurs facteurs communs** supposés non nuls.

En pratique, pour simplifier une fraction rationnelle, tu dois :

- ✓ **factoriser** numérateur et dénominateur ;
- ✓ énoncer les **Conditions d'Existence (C.E.)** ;
- ✓ **diviser** numérateur et dénominateur **par leurs facteurs communs**.

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}=\frac{\boldsymbol{(x-2)}(x-3)}{(x+2)\boldsymbol{(x-2)}}=\frac{x-3}{x+2}$$

Conditions d'existence (C.E.) :

$(x+2)(x-2)\neq 0$

$\Leftrightarrow x+2\neq 0$ ***et*** $x-2\neq 0$

$\Leftrightarrow x\neq -2$ ***et*** $x\neq 2$

5.4. Multiplication et division de fractions algébriques

Exemple de multiplication de fractions rationnelles (les conditions d'existence sont supposées vraies):

$$\begin{aligned}\frac{x^2y^3-x^3y^2}{4x^2-4x+1}\cdot\frac{4x^2-1}{x^2y-xy^2}&=\frac{\left(x^2y^3-x^3y^2\right)\cdot\left(4x^2-1\right)}{\left(4x^2-4x+1\right)\cdot\left(x^2y-xy^2\right)}\\&=\frac{x^2y^2\cdot(y-x)\cdot(2x+1)\cdot(2x-1)}{(2x-1)^2\cdot xy\cdot(x-y)}\\&=\frac{-xy\cdot(2x+1)}{2x-1}\end{aligned}$$

Exemple de division de fractions rationnelles (les conditions d'existence sont supposées vraies):

$$\begin{aligned}\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4}\div\frac{1-x^2}{x^3-2x^2}&=\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4}\cdot\frac{x^3-2x^2}{1-x^2}\\&=\frac{(x-2)\cdot(x+1)\cdot x^2\cdot(x-2)}{(x-2)^2\cdot(1+x)\cdot(1-x)}\\&=\frac{x^2}{1-x}\end{aligned}$$

5.5. Addition et soustraction de fractions algébriques

5.5.1. Rappel

Pour additionner des fractions numériques, tu dois les réduire au même dénominateur (après les avoir éventuellement simplifiées). Pour ce faire, tu ***factorises*** les dénominateurs et tu détermines leur PPCM.

$$\begin{aligned}&\frac{11}{120}+\frac{5}{18}-\frac{1}{21}=\frac{11}{2^3\cdot3\cdot5}+\frac{5}{2\cdot3^2}-\frac{1}{3\cdot7}\\&=\frac{11\cdot3\cdot7}{2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7}+\frac{5\cdot2^2\cdot5\cdot7}{2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7}-\frac{1\cdot2^3\cdot3\cdot5}{2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7}\\&=\frac{231}{2520}+\frac{700}{2520}-\frac{120}{2520}\\&=\frac{811}{2520}\end{aligned}$$

5.5.2. Exemples (les conditions d'existence sont supposées vérifiées):

Exemple 1 :

$$\frac{2x-3}{x^2-x}+\frac{3-x}{x^2-1}-\frac{3}{4x+4}=\frac{2x-3}{x\cdot(x-1)}+\frac{3-x}{(x+1)\cdot(x-1)}-\frac{3}{4(x+1)}$$

$$=\frac{(2x-3)\cdot\boldsymbol{4\cdot(x+1)}}{x\cdot(x-1)\cdot\boldsymbol{4\cdot(x+1)}}+\frac{(3-x)\cdot\boldsymbol{4\cdot x}}{(x+1)\cdot(x-1)\cdot\boldsymbol{4\cdot x}}-\frac{3\cdot\boldsymbol{x\cdot(x-1)}}{4(x+1)\cdot\boldsymbol{x\cdot(x-1)}}$$

$$=\frac{(8x^2+8x-12x-12)+(12x-4x^2)-(3x^2-3x)}{4x\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$$

$$=\frac{8x^2+8x-12x-12+12x-4x^2-3x^2+3x}{4x\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$$

$$=\frac{x^2+11x-12}{4x\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$$

$$=\frac{(x+12)\cdot(x-1)}{4x\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$$

$$=\frac{x+12}{4x(x+1)}$$

Exemple 2 :

$$\frac{-3x}{2x^5-4x^4}+\frac{3}{8x^4-32x^3+32x^2}=\frac{-3x}{2x^4\cdot(x-2)}+\frac{3}{8x^2\cdot(x^2-4x+4)}$$

$$=\frac{-3}{2x^3\cdot(x-2)}+\frac{3}{8x^2\cdot(x-2)^2}$$

$$=\frac{-3\cdot\boldsymbol{4\cdot(x-2)}}{2x^3\cdot(x-2)\cdot\boldsymbol{4\cdot(x-2)}}+\frac{3\cdot\boldsymbol{x}}{8x^2\cdot(x-2)^2\cdot\boldsymbol{x}}$$

$$=\frac{-12x+24+3x}{8x^3\cdot(x-2)^2}$$

$$=\frac{-9x+24}{8x^3\cdot(x-2)^2}$$

Remarques :

- ✓ Tu dois toujours essayer de simplifier les fractions de départ.
- ✓ Tu dois toujours essayer de simplifier la fraction finale.

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES
MATH POUR RÉUSSIR : PAGES 79 À 88

6. EXERCICES

a) Simplifie au maximum après avoir posé les **C**onditions d'**E**xistence (**C.E.**) :

Série 1	Série 2
1] $\frac{16x^2}{24x} =$	1] $\frac{-72a^3x^2}{20a^2x^3} =$
2] $\frac{x^2-1}{x^2-x} =$	2] $\frac{4-2x}{x^2-4} =$
3] $\frac{x-5}{5-x} =$	3] $\frac{x^2-9}{3x-9} =$
4] $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} =$	4] $\frac{4x^2+12x+9}{4x^2-9} =$
5] $\frac{x^2-16}{4-x} =$	5] $\frac{-2x-10}{5-x} =$
6] $\frac{2x^2+5x-3}{4x^2-36} =$	6] $\frac{4a-12}{2a^2-18} =$
7] $\frac{3a^2b-3ab^2}{a^2b-a^3} =$	7] $\frac{x-2}{(x^2-4x+4)(x-1)} =$
8] $\frac{x^2-2x-3}{9-x^2} =$	8] $\frac{x^2-5x+6}{2x^2-7x+3} =$
9] $\frac{-3a^4b^5c^2}{12a^5b^6c^2} =$	9] $\frac{ay-ax}{x-y} =$
10] $\frac{x^3-x^2-4x+4}{x^3-2x^2-x+2} =$	10] $\frac{2x^3+4x^2-2x-4}{2x^3+6x^2-8} =$

b) Multiplie et/ou divise les fractions algébriques suivantes (les CE sont considérées comme vérifiées)

Série 3	Série 4
1] $\frac{2x+3}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{3+2x} =$	1] $\frac{3x^2-27}{x^2-6x+9} : \frac{3x^2+12x+9}{x^3-7x-6} =$
2] $\frac{x^2-4}{x+3} : \frac{2x+4}{x^2-9} =$	2] $\frac{2x^2-4x}{3x^2-12x+9} \cdot \frac{3x^2-15x+18}{2x^2-8x+8} \cdot \frac{x^2-3x+2}{x^3-4x} =$
3] $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-2x} : \frac{x+2}{x^2-4} =$	3] $\frac{x^2-x}{x^3+4x^2+4x} \cdot \frac{x^2+3x+2}{2-x} : \frac{2x^2-2}{x^3-4x} =$
4] $\frac{2x^2-3-5x}{4x^2+4x+1} \cdot (6x-2x^2) \cdot \frac{-5x}{x^3-6x^2+9x} =$	4] $\frac{x^2-6x+9}{x^3+10x^2+25x} : \frac{x^2-9}{x^4-25x^2} =$

c) Additionne les fractions algébriques suivantes (les CE sont considérées comme vérifiées)

Série 5	**Série 6**
1] $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-3}=$	1] $\frac{2x^2-3}{x-1}-2x=$
2] $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x-5}{2x}=$	2] $\frac{3x-1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=$
3] $\frac{2x}{x-3}-4=$	3] $\frac{x+1}{x^2-2x+1}-\frac{x}{1-x^2}=$
4] $\frac{3x-1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=$	4] $\frac{x}{2x-4}+\frac{3}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}=$
5] $\frac{x+1}{x^2-2x+1}-\frac{x+2}{x^2-1}=$	5] $\frac{x-1}{x^2-4x+4}-\frac{x+1}{x^2-4}=$
6] $\frac{3x}{x^2-4}-\frac{4x}{2x^2-x-6}=$	6] $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-x-2}+\frac{2}{x^2-1}=$
7] $\frac{6}{2+x}-\frac{4}{x-2}-\frac{10}{x^2-4}=$	7] $\frac{3x}{x^2-4x+4}-\frac{5}{2-x}+\frac{1}{x+2}=$

7. EQUATIONS FRACTIONNAIRES

7.1. Définition

Une **équation fractionnaire** est une équation ou **l'inconnue** apparaît au **dénominateur**.

Pour résoudre de telles équations :

- ✓ Tu dois toujours commencer par déterminer les **conditions d'existence** de chaque fraction.
- ✓ Tu **réduis** ensuite les deux membres de l'équation au **même dénominateur**.
- ✓ Tu les multiplies par ce dénominateur ($\neq 0$ vu les C.E.)
- ✓ Quand tu as trouvé les solutions, tu **vérifies** qu'elles **satisfont aux C.E..**

Exemple :

$$\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$$

C.E. : $x + 2 \neq 0$ et $x - 2 \neq 0$

$x \neq -2$ et $\boldsymbol{x \neq 2}$

$$\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x+2}=\frac{8}{(x+2)\cdot(x-2)}$$

$$\frac{x\cdot(x+2)-x\cdot(x-2)}{(x+2)\cdot(x-2)}=\frac{8}{(x+2)\cdot(x-2)}$$

$$\frac{x^2+2x-x^2+2x}{(x+2)\cdot(x-2)}=\frac{8}{(x+2)\cdot(x-2)}$$

Cette solution est à rejeter en vertu des C.E.

$$4x=8$$

$$x=2$$

L'équation n'admet pas de solution.

S = $\{\ \}$

Remarque à propos de l'exemple :

Cet exemple a été choisi pour montrer qu'il fallait toujours vérifier la validité des solutions. Bien évidemment, toutes les équations fractionnaires ne sont pas impossibles et les solutions de telles équations sont souvent acceptables.

7.2. Exercices

Résous dans R les équations suivantes :

Série 1	Série 2
1] $\frac{2}{x-5}=\frac{5}{x-2}$	1] $\frac{x}{4}=\frac{16}{x}$
2] $\frac{3}{x}+\frac{2}{x-1}=\frac{1}{x}$	2] $\frac{3}{x+1}=\frac{x+9}{3}$
3] $\frac{5}{x}+\frac{x}{x+1}=\frac{x^2}{x^2-x}$	3] $\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}=\frac{-x^2}{x^2-x}$
4] $\frac{3}{x-1}=\frac{4}{2-3x}$	4] $\frac{2}{x^2-2x+1}-\frac{2}{1-x}=\frac{2}{x+1}$
5] $\frac{6}{x+1}=\frac{x-3}{2}$	5] $\frac{3}{x-1}-\frac{1}{x+2}=\frac{5}{x-1}$
6] $\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2-3x}$	6] $\frac{2x-1}{x-1}+\frac{2}{x+1}=\frac{2x^2}{x^2-1}$
7] $\frac{x}{3-x}+\frac{x}{x+3}=\frac{1}{x^2-9}$	7] $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x^2-2x+1}$

EXPLORATION : PUISSANCES A EXPOSANTS ENTIERS

1] Complète les expressions suivantes en veillant à prolonger les régularités dans les suites de nombres ci-dessous :

$3.3.3.3 = 3^{\dots} = 81$	$2.2.2.2 = 2^{\dots} = 16$	$5.5.5.5 = 5^{\dots} = 625$
$3.3.3 = 3^{\dots} = \dots..$	$2.2.2 = 2^{\dots} = \dots..$	$5.5.5 = 5^{\dots} = \dots..$
$3.3 = 3^{\dots} = \dots..$	$2.2 = 2^{\dots} = \dots..$	$5.5 = 5^{\dots} = \dots..$
$3 = 3^{\dots} = \dots..$	$2 = 2^{\dots} = \dots..$	$5 = 5^{\dots} = \dots..$
$1 = 3^{\dots} = \dots..$	$1 = 2^{\dots} = \dots..$	$1 = 5^{\dots} = \dots..$
$\frac{1}{3} = 3^{\dots} = \dots..$	$\frac{1}{2} = 2^{\dots} = \dots..$	$\frac{1}{5} = 5^{\dots} = \dots..$
$\frac{1}{3.3} = 3^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{2.2} = 2^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{5.5} = 5^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{1}{3.3.3} = 3^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{2.2.2} = 2^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{5.5.5} = 5^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{1}{3.3.3.3} = 3^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{2.2.2.2} = 2^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{5.5.5.5} = 5^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \frac{16}{81}$	$\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \frac{625}{16}$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \frac{1}{256}$
$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{5}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
$1 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$1 = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$1 = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{\frac{5}{2}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \left(\frac{4}{1}\right)^{\dots} =$
$\frac{1}{\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \left(\frac{4}{1}\right)^{\dots} =$
$\frac{1}{\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$	$\frac{1}{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\dots} = \left(\frac{4}{1}\right)^{\dots} =$

2] Simplifie de deux façons différentes les expressions suivantes ; d'abord en appliquant la règle du quotient de puissance de même base puis ensuite en simplifiant :

Expressions à « simplifier »	*Première écriture simplifiée*	*Deuxième écriture simplifiée*
$\frac{a^4}{a^7}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$
$\frac{a^{14}}{a^{19}}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$
$\frac{x^7}{x^7}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= x^{\dots}$
$\frac{a^5}{a^6}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$
$\frac{x^2}{x^8}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= x^{\dots}$
$\frac{a}{a^{10}}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$
$\frac{a^{10}}{a^{20}}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$
$\frac{y^9}{y^9}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= y^{\dots}$
$\frac{a^2}{a^7}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$
$\frac{1}{a^7}$	$= \frac{\dots}{\dots}$	$= a^{\dots}$

*3] Rends toi sur le site « **miysaintbar.be** » à la page suivante :*

http://miysaintbar.be/miysaintbar.be/index.php/troisieme-annee/puissances-a-exposants-entiers/approche-intuitive

*ou en suivant le « chemin » : **Troisième année → Puissances à exposants entiers → Approche intuitive***

Une vidéo de 38'47" te fera découvrir différentes notions liées aux exposants négatifs :

Vidéo a] ***Entre 16'20" et 24'37"*** : explication intuitive de la définition d'une puissance à exposant négatif

Vidéo b] ***Entre 24'37" et 27'12"*** : trois exemples simples utilisant les exposants entiers

Vidéo c] ***Entre 27'13" et 30'02"*** : exemples de produit de puissances de même base (avec exposants entiers)

Vidéo d] ***Entre 30'03" et 31'39"*** : 5 applications simples de la définition

Vidéo e] ***Entre 31'40" et 34'16"*** : exemples de puissances d'un quotient (avec exposants entiers)

Vidéo f] ***Entre 34'17" et 36'14"*** : 4 applications simples des propriétés « puissances d'un produit, puissance d'un quotient »

Vidéo g] ***Entre 34'15" et la fin de la vidéo*** : 2 méthodes pour élever un quotient à la puissance (-3)

4] Tu regardes chacune des 7 séquences à ton rythme, et après chacune d'elle, tu effectues la ou les séries d'exercices proposés ci-dessous :

⇨ *Après les Vidéos a] et b] :*

Série 1	**Série 2**
Calcule :	
1] 2^{-2} =	11] $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$
2] 4^{-3} =	12] $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-3} =$
3] $(-5)^{-2}$ =	13] $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} =$
4] $(-3)^{-3}$ =	14] $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} =$
5] -7^{2} =	15] $\left(\frac{-2}{3}\right)^{3} =$
6] -5^{-2} =	16] $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} =$

Transforme les expressions suivantes pour qu'elles n'aient plus d'exposants négatifs, effectue puis réduis au maximum si c'est possible

7] x^{-2} =	17] $\frac{1}{(2x)^{-3}} =$
8] $(2a)^{-3}$ =	18] $\frac{1}{(3x)^{-2}} =$
9] $\left(\frac{1}{3x}\right)^{-3} =$	19] $\frac{1}{3x^{-3}} =$
10] $\left(\frac{2a}{3b}\right)^{-2} =$	20] $\frac{(2x)^{-3}}{(3x)^{-2}} =$

⇨ *Après la Vidéo c] :*

Série 3	Série 4
Calcule :	
21] $(-2)^2 \cdot (-2)^3 =$	30] $x^5 \cdot x^{-3} \cdot x^4 \cdot x^{-6} =$
22] $5^{-1} \cdot 5^2 =$	31] $2a^4 \cdot 3a^{-2} \cdot a^4 \cdot (-2a^{-5}) =$
23] $3^{-2} \cdot 3^{-3} =$	32] $(3x)^2 \cdot x^{-5} \cdot 3x^{-7} \cdot 2x^{-6} =$
24] $7^{-3} \cdot 7^2 =$	33] $-x^4 \cdot (-3x^{-3}) \cdot (-x)^4 \cdot x^5 =$
25] $6^2 \cdot 6^{-3} \cdot 6^2 =$	34] $(-2x)^3 \cdot 2x^{-2} \cdot x^2 \cdot (-x^{-6}) =$
26] $7^{-2} \cdot 5^3 \cdot 7^5 \cdot 5^{-2} =$	35] $(-2a)^{-2} \cdot (3a)^{-3} \cdot 2a^4 \cdot 3a^{-6} =$
27] $2^{-3} \cdot 4^3 \cdot 2^3 \cdot 4^{-5} =$	36] $2a^8 \cdot 3a^{-13} \cdot 2a^4 \cdot a^{-2} =$
28] $7^{-2} \cdot 7^3 \cdot 7^5 \cdot 7^{-4} =$	37] $-x^5 \cdot (2x)^{-3} \cdot (-x^4) \cdot (-x)^{-6} =$
29] $5^{-6} \cdot 2^7 \cdot 5^8 \cdot 2^{-5} =$	38] $x^7 \cdot x^{-13} \cdot 2x^4 \cdot 3x^{-6} =$

⇨ *Après la Vidéo d] :*

Math pour Réussir pages 45-46

⇨ *Après la Vidéo e] :*

Série 1

39] $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

40] $\left(\frac{-2a}{3b}\right)^{-2} =$

41] $\left(-\frac{2}{3x}\right)^{-3} =$

42] $\left(\frac{2x}{5y}\right)^{-4} =$

43] $\left(\frac{1}{3x}\right)^{-3} =$

⇨ *Après les Vidéos f] et g] :*

Math pour Réussir pages 47-48

⇨ *En synthèse :*

Math pour Réussir pages 49 à 52

SYNTHESE : PUISSANCES A EXPOSANTS ENTIERS

1. Définition

En deuxième année, tu as appris à calculer avec des expressions telles que : a^n, $(a.b)^n$,… où a et b sont deux nombres rationnels et où l'exposant est un nombre naturel.

Que deviennent de telles expressions quand l'exposant « n » est un nombre entier ?

En appliquant la règle du quotient de puissance de même base dans l'égalité ci-dessous, tu obtiens :

$$\frac{3^4}{3^9} = \frac{1}{3^5} = 3^{4-9} = 3^{-5}$$

Dans la suite :

$$2^3 = 8 \qquad 2^2 = 4 \qquad 2^1 = 2 \qquad 2^0 = 1$$

tu passes d'un terme au suivant en divisant chaque fois par 2. D'où, en prolongeant cette suite, tu obtiens :

$$2^{-1} = \frac{1}{2} \qquad 2^{-2} = \frac{1}{4} \qquad 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

La notion d'exposant peut ainsi être étendue aux nombres entiers négatifs. Par exemple, tu écriras :

6^{-2} à la place de $\frac{1}{6^2}$

5^{-4} à la place de $\frac{1}{5^4}$.

Et en général ($a \neq 0$) :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{et} \quad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n$$

ou encore $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

En particulier :

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

« a^{-1} » est l'inverse du nombre « a »

où « a » est un nombre différent de 0 et ou « n » est un nombre naturel.

Les règles habituelles du calcul sur les puissances s'étendent à cette nouvelle notation.

2. Propriétés

- **Produit de puissances d'une même base ($a \neq 0$) :**

$$a^{-7}.a^4 = \frac{a^4}{a^7} = \frac{1}{a^3} = a^{-3} \qquad \text{et} \qquad -7 + 4 = -3$$

$$\boxed{\forall a \in R_0 ; \forall m, n \in Z : \; a^m.a^n = a^{n+m}}$$

- **Quotient de puissance d'une même base (a ≠ 0) :**

$$\frac{a^{-7}}{a^4} = \frac{\frac{1}{a^7}}{a^4} = \frac{1}{a^{11}} = a^{-11}$$ et -7 – 4 = -11

$$\forall a \in R_0 ; \forall m,n \in Z : \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

- **Puissance d'une puissance (a ≠ 0) :**

$$(a^{-3})^5 = \left(\frac{1}{a^3}\right)^5 = \frac{1}{a^{15}} = a^{-15}$$ et -3 . 5 = -15

$$\forall a \in R_0 ; \forall m,n \in Z : (a^m)^n = a^{n.m}$$

- **Puissance d'un produit (a et b ≠ 0) :**

$$(a^{-7}.b^4)^{-2} = \left(\frac{1}{a^{-7}.b^4}\right)^2 = \frac{1}{a^{-14}.b^8} = a^{14}.b^{-8}$$

et -7.2 = -14 comme 4.(-2) = -8

$$\forall a,b \in R_0 ; \forall m \in Z : (a.b)^m = a^m.b^m$$

- **Puissance d'un quotient (a et b ≠ 0) :** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$$\left(\frac{a^{-3}}{b^{-7}}\right)^{-2} = (a^{-3}.b^7)^{-2} = a^6.b^{-14} = \frac{a^6}{b^{14}}$$

et -7.2 = -14 comme 4.(-2) = -8

$$\forall a,b \in R_0 ; \forall m \in Z : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

3. Exercices

1] Calcule la valeur de…

Série 1	Série 2	Série 3
1] $2^{-2} =$	1] $(3^{-2})^{-3} =$	1] $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$
2] $4^{-3} =$	2] $(2^{2})^{-3} =$	2] $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-3}$
3] $(-5)^{-2} =$	3] $(3^{-3})^{2} =$	3] $\frac{3^{-2} \cdot 2^{5}}{3^{-3}} =$
4] $(-3)^{-3} =$	4] $3^{-2} . 3^{5} =$	4] $\frac{2^{-5} \cdot 3^{2}}{4^{-2}} =$
5] $-7^{2} =$	5] $7^{-3} . 7^{2} =$	5] $\left(\left(\frac{-1}{3}\right)^{-3}\right)^{-1} =$
6] $-5^{-2} =$	6] $6^{2} . 6^{-3} . 6^{2} =$	6] $\left(\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2}\right)^{-3} =$
7] $3^{-1} . 2 =$	7] $7^{-2} . 5^{3} . 7^{5} . 5^{-2} =$	7] $\left(\frac{-1}{3}\right)^{-2}\left(\frac{-1}{3}\right)^{5} =$
8] $(-2)^{2} . (-2)^{3} =$	8] $2^{-3} . 4^{3} . 2^{3} . 4^{-5} =$	8] $\left(\frac{-1}{3}\right)^{-2}\left(\frac{-1}{3}\right)^{-1} =$
9] $5^{-1} . 5^{2} =$	9] $7^{-2} . 7^{3} . 7^{5} . 7^{-4} =$	9] $\left(\frac{-1}{5}\right)^{-2}\left(\frac{-1}{7}\right)^{0} =$
10] $3^{-2} . 3^{-3} =$	10] $5^{-6} . 2^{7} . 5^{8} . 2^{-5} =$	10] $\left[\left(\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}\right)^{-5}\right]^{0} =$

2] Transforme les expressions suivantes pour qu'elles n'aient plus d'exposants négatifs

Série 4	Série 5
1] $a^{5} . a^{-3} . a^{4} . a^{-6} =$	1] $a^{3} . b^{-2} . c^{4} . d^{-3} =$
2] $(a^{-2} . b^{-3})^{-1} . (a^{-2} . b^{4})^{-2} =$	2] $(a^{-4} . b^{5} . c^{-3})^{-2} . (a^{-2} . b^{-2} . c^{4})^{-2} =$
3] $(-2 . a^{-7} . b^{-4})^{-2} . (-5 . a^{6} . b^{-4})^{-2} =$	3] $(a^{-3} . b^{-1} . c^{2})^{-3} . (a^{-4} . b^{-2})^{-6} . (a^{2} . c^{-4})^{0} =$
4] $\frac{3^{2} a^{-2} b^{5}}{3^{-1} a^{3} b} =$	4] $\frac{2^{-1} a^{5} b^{2}}{5a^{-1} b^{-2}} \cdot \frac{15a^{3} b^{-2}}{2^{-2} a^{2} b} =$
5] $(5a)^{-2} b^{-3} [(2a)^{-1} b]^{2} =$	5] $\left(\frac{a^{-3} b^{5}}{b^{-3}}\right)^{-2} =$

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES
MATH POUR RÉUSSIR : PAGES 45 À 52