EXPLORATION : DIVISEURS ET MULTIPLES

1. RECTANGLES – CARRES

Combien de rectangles distincts peut-on former avec 18 petits carrés identiques ?

Même question avec 13, 16, 20, 25, 30, 36, 40, 45, 49, 60, 64 carrés identiques.

Dans chaque cas, compte le nombre de diviseurs obtenus.

2. AVEC DES LETTRES

Dans les découvertes de formules, tu as généralisé des situations par des expressions comportant à des lettres.

Parmi celles-ci, tu as rencontré le tableau de nombres suivant :

n	p
0	0.2 = 0
1	1.2 = 2
2	2.2 = 4
3	3.2 = 6
4	4.2 = 8
…	…
n	n.2 = ***2n***

Tu obtiens un nombre pair en multipliant un nombre naturel par 2.

Tout **nombre pair** peut donc s'écrire sous la forme :

2n (avec *n* naturel)

Construis un tableau similaire pour les nombres impairs « ***i*** » et écris la formule qui généralise l'écriture de ceux-ci.

📖 ***Théorie page 35***

NOMBRES PREMIERS
DECOMPOSITION EN FACTEURS PREMIERS

3. NOMBRES PREMIERS

Combien y a-t-il de nombres premiers inférieurs à 100?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Pour ce faire, procède comme Eratosthène, un savant Grec de l'Antiquité :

a) Le premier nombre premier est 2. Entoure 2 et barre tous les multiples de 2 ;
b) Le deuxième nombre premier est 3. Entoure 3 et barre tous les multiples de 3 ;
c) Le trosième nombre premier est …….. Entoure …… et barre tous les multiples de …….. ;
d) Et ainsi de suite pour tout le tableau.

4. DECOMPOSITIONS EN FACTEURS

Décompose 360, 54 et 200 en produits de facteurs premiers.

Théorie page 39

CARACTERES DE DIVISIBILITE
PROPRIETES DES DIVISEURS ET MULTIPLES

5. CARACTERES DE DIVISIBILITE

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

En observant le tableau de nombres de la page précédente, tu peux retrouver facilement quelques caractères de divisibilité :

a) Cite et explique le caractère de divisibilité par 2.

b) Cite et explique le caractère de divisibilité par 5.

c) Observe comment sont disposés les nombres divisibles par 9 et essaie d'expliquer le caractère de divisibilité par 9.

6. CALCUL MENTAL

1] 749 : 7 =	5] 1324 : 4 =	9] 3295 : 5 =	13] 2856 : 8 =	17] 2232 : 9 =
2] 594 : 6 =	6] 403 : 13 =	10] 4824 : 12 =	14] 5774 : 2 =	18] 1956 : 4 =
3] 1355 : 5 =	7] 882 : 9 =	11] 2172 : 3 =	15] 7845 : 15 =	19] 4872 : 24 =
4] 688 : 8 =	8] 2163 : 7 =	12] 1422 : 6 =	16] 1473 : 3 =	20] 8074 : 11 =

Explique ton raisonnement pour les exercices 2] ; 5] et 16]

7. VRAI OU FAUX

Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ? Donne à chaque fois trois exemples si c'est vrai et un contre-exemple si c'est faux.

a) Tout multiple de 9 est multiple de 3 — VRAI – FAUX

b) Tout multiple de 6 est multiple de 2 — VRAI – FAUX

c) Les multiples de 3 et de 5 sont multiples de 15 — VRAI – FAUX

d) Les multiples de 3 et de 6 sont multiples de 18 — VRAI – FAUX

e) Tout multiple de 6 est multiple de 3 — VRAI – FAUX

f) Tout multiple de 2 est multiple de 6 — VRAI – FAUX

g) Si tu additionnes deux nombres divisibles par 3, tu trouves un multiple de 3 — VRAI – FAUX

h) Si tu additionnes deux nombres divisibles par 5, tu trouves un multiple de 5 — VRAI – FAUX

i) Si tu soustrais deux nombres divisibles par 3, tu trouves un multiple de 3 — VRAI – FAUX

j) Si tu soustrais deux nombres divisibles par 7, tu trouves un multiple de 7 — VRAI – FAUX

k) Si tu multiplies un multiple de 5 par 7, tu obtiens un multiple de 5 — VRAI – FAUX

8. PROPRIETE

Voici un énoncé : « si un nombre en divise deux autres, alors il divise la somme de ces deux autres. »

a) Trouve des nombres qui vérifient cet énoncé.
b) Cet énoncé est-il toujours vrai ? Pourquoi ?
c) Comment vérifier mentalement si 7 divise 434 ? ou 578 ?…
d) Trouve d'autres énoncés semblables à partir des réponses aux questions de l'exercice 6.

📖 ***Théorie page 42***

CHAPITRE 2 : DIVISEURS ET MULTIPLES

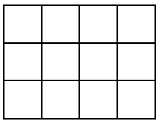
1. DIVISEURS ET MULTIPLES D'UN NOMBRE NATUREL

Exploration : Diviseurs et multiples

1.1. Notions de « diviseurs » et « multiples » d'un nombre naturel

Exemple :

12 petits carrés identiques peuvent être (entre-autres) répartis exactement en 4 colonnes de 3 carrés.



$4 \, . \, 3 = 12$

On dira dans ce cas que :

- « *4 est un diviseur de 12* » ou plus simplement « *4 divise 12* » (en **L.M. : 4 | 12**)
- « *3 est un diviseur de 12* » ou plus simplement « *3 divise 12* » (en **L.M. : 3 | 12**)
- « *12 est un multiple de 3* »
- « *12 est un multiple de 4* »

Les nombres ***a, b*** et ***c*** étant des ***naturels***, l'égalité :

$$a = b \, . \, c$$

signifie que :

- ***b*** est un ***diviseur*** de ***a*** et ***c*** est un ***diviseur*** de ***a*** (***b*** divise ***a*** et ***c*** divise ***a***)
- ***a*** est ***divisible*** par ***b*** et ***a*** est ***divisible*** par ***c***
- ***a*** est un ***multiple*** de ***b*** et ***a*** est un ***multiple*** de ***c***.

$$12 = 4 \, . \, 3$$

signifie que :

- 4 et 3 sont des diviseurs de 12
- 12 est divisible par 3 et 4
- 12 est un multiple de 3 et de 4

Attention : 2 ne divise pas 7 (on ne peut répartir 7 petits carrés en deux rangées) mais cela n'empêche pas de calculer 7 : 2 = 3,5. Mais 3,5 n'est pas un nombre naturel.

Autrement dit, « ***b*** » est un diviseur de « ***a*** », si, dans la division euclidienne de « ***a*** » par « ***b*** », le reste vaut « 0 »

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ \cline{2-2} -12 & 3 \\ \hline r = 0 & \end{array}$$

$12 = 3 \, . \, 4 + 0$

Complète :

5 est un ....de 15

15 est un ....de 5

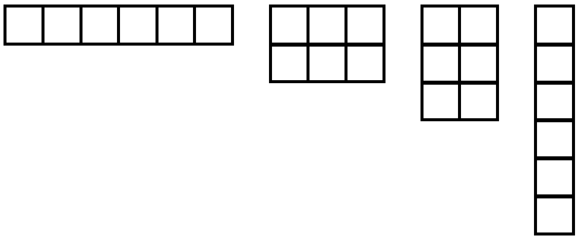
3 est ....de 15

15 est ....de 3

1.2. Ensemble de diviseurs

Exemple :

Partons, par exemple de 6 carrés qui peuvent être répartis en une, deux, trois ou six rangées pour former un rectangle :



La figure montre que 1 ; 2 ; 3 et 6 sont des ***diviseurs*** de 6.

Notation :

Les diviseurs d'un nombre naturel vont le plus souvent par deux. Si on désigne par ***div 12*** l'ensemble des diviseurs de 12, on a :

Div 12 = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12}

Le produit de deux diviseurs qui se correspondent est toujours égal au nombre donné.

Pour déterminer tous les diviseurs d'un nombre, le plus simple est de les déterminer dans l'ordre croissant en notant pour chacun son correspondant.

1.3. Nombres carrés

Les nombres carrés (4, 9, 16, 25,…) ont un ***nombre impair de diviseurs*** puisque un des rectangles formés est ***un carré***. Le nombre « central » doit donc être multiplié par lui-même.

Div 16 = {1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16}

1.4. Ensemble de multiples

Exemple :

Si on multiplie 12 par un nombre naturel, on obtient un multiple de 12 :

12 . ***0*** = 0 12 . ***1*** = 12 12 . ***2*** = 24 12 . ***3*** = 36 …

Il y a donc une ***infinité*** de multiples de 12 :

0 ; 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; …

Notation :

On désigne par $12\mathbb{N}$ l'ensemble de tous les multiples de 12 :

$12\mathbb{N}$ = { 0 ; 12 ; 24 ; 36 ; …}

Attention : 0 est un multiple de 12 car 12 . 0 = 0 ! 0 est d'ailleurs multiples de tous les nombres.

1.5. Ecriture générale des multiples de…

- ***Tous des multiples de 2*** (nombres pairs) s'obtiennent en multipliant 2 par 0, 1, 2, 3,.. :

  $0 = 2\,.\,\boldsymbol{0}$ $2 = 2\,.\,\boldsymbol{1}$ $4 = 2\,.\,\boldsymbol{2}$ $6 = 2\,.\,\boldsymbol{3}$ …

  La traduction de « ***le nombre a est un multiple de 2*** » est par conséquent la suivante :
  a = 2 . n (avec ***n*** un nombre naturel) ou plutôt ***a = 2n***

- ***Tous des multiples de 3*** s'obtiennent en multipliant 3 par 0, 1, 2, 3,.. :

  $0 = 3\,.\,\boldsymbol{0}$ $3 = 3\,.\,\boldsymbol{1}$ $6 = 3\,.\,\boldsymbol{2}$ $9 = 3\,.\,\boldsymbol{3}$ …

  La traduction de « ***le nombre b est un multiple de 3*** » est par conséquent la suivante :
  b = 3n (avec ***n*** un nombre naturel)

- ***Tous des multiples de 5*** s'obtiennent en multipliant 5 par 0, 1, 2, 3,.. Donc ***5n*** est l'écriture générale des multiples de 5 (avec ***n*** un nombre naturel).
- ***7n =*** ***12n =*** ***2n + 1 =***

2. LES NOMBRES PREMIERS

2.1. Introduction

Certains nombres n'ont que deux diviseurs différents. Ces nombres sont des ***nombres premiers***.
Complète :

div. 12 =	div. 8 =
div. 0 =	div. 13 =
div. 7 =	div. 17 =
div. 1 =	div. 73 =

2.2. Définition de *« nombre premier »*

Un nombre est **premier**

ssi

il ne possède que ***deux diviseurs différents*** : 1 et lui-même.

Justifie:

2 est premier car ……………………………………………………………………

3 est premier car ……………………………………………………………………

17 est premier car ……………………………………………………………………

12 n'est pas premier car ……………………………………………………………

1 n'est pas premier car ……………………………………………………………

0 n'est pas premier car ……………………………………………………………

Exploration : Nombres premiers

2.3. Recherche des nombres premiers inférieurs à 100 : correction

Dans le tableau ci-dessous (crible d'Erathostène)

- ✓ Barrons le nombre 0 car il n'est pas premier (voir page précédente).
- ✓ Barrons le nombre 1 car il n'est pas premier (voir page précédente).
- ✓ Conservons le nombre 2 car il est premier (voir page précédente).
- ✓ Barrons tous les multiples de 2 sauf 2 lui-même car ce ne sont pas des nombres premiers.

  En effet, tout multiple de 2 peut s'écrire sous la forme **2n**.

  si n = 0, alors 2n = 0 qui n'est pas un nombre premier (voir page précédente).

  si n = 1, alors 2n = 2, ... nous l'avons déjà retenu.

  si n > 1, alors 2n se divise par 1, 2 et 2n lui-même et n'est pas premier vu qu'il possède plus de deux diviseurs.
- ✓ Conservons le nombre 3 car il est premier (voir page précédente).
- ✓ Pouvons-nous barrer tous les multiples de 3 sauf 3 ?

  OUI - NON

  Démontre ton choix en imitant le raisonnement fait à propos des multiples de 2.

  ....

  ....

  ....

  ....

									0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- ✓ Conservons le nombre 5 car il est premier et barrons tous les multiples de 5 sauf 5.
- ✓ Conservons le nombre 7 car il est premier et barrons tous les multiples de 7 sauf 7.

Aucune règle mathématique ne permettant de prévoir si un nombre est premier ou non, tu trouveras en annexe une feuille de couleur te donnant la liste des nombres premiers inférieurs à 9974.

Liste des nombres premiers inférieurs à 10 000

2	359	811	1297	1801	2347	2879	3463	4007	4597	5179	5779	6343	6961	7577	8209	8807	9419
3	367	821		1811	2351	2887	3467	4013		5189	5783	6353	6967	7583	8219	8819	9421
5	373	823	1301	1823	2357	2897	3469	4019	4603	5197	5791	6359	6971	7589	8221	8821	9431
7	379	827	1303	1831	2371		3491	4021	4621			6361	6977	7591	8231	8831	9433
11	383	829	1307	1847	2377	2903	3499	4027	4637	5209	5801	6367	6983		8233	8837	9437
13	389	839	1319	1861	2381	2909		4049	4639	5227	5807	6373	6991	7603	8237	8839	9439
17	397	853	1321	1867	2383	2917	3511	4051	4643	5231	5813	6379	6997	7607	8243	8849	9461
19		857	1327	1871	2389	2927	3517	4057	4649	5233	5821	6389		7621	8263	8861	9463
23	401	859	1361	1873	2393	2939	3527	4073	4651	5237	5827	6397	7001	7639	8269	8863	9467
29	409	863	1367	1877	2399	2953	3529	4079	4657	5261	5839		7013	7643	8273	8867	9473
31	419	877	1373	1879		2957	3533	4091	4663	5273	5843	6421	7019	7649	8287	8887	9479
37	421	881	1381	1889	2411	2963	3539	4093	4673	5279	5849	6427	7027	7669	8291	8893	9491
41	431	883	1399		2417	2969	3541	4099	4679	5281	5851	6449	7039	7673	8293		9497
43	433	887		1901	2423	2971	3547		4691	5297	5857	6451	7043	7681	8297	8923	
47	439		1409	1907	2437	2999	3557	4111			5861	6469	7057	7687		8929	9511
53	443	907	1423	1913	2441		3559	4127	4703	5303	5867	6473	7069	7691	8311	8933	9521
59	449	911	1427	1931	2447	3001	3571	4129	4721	5309	5869	6481	7079	7699	8317	8941	9533
61	457	919	1429	1933	2459	3011	3581	4133	4723	5323	5879	6491			8329	8951	9539
67	461	929	1433	1949	2467	3019	3583	4139	4729	5333	5881		7103	7703	8353	8963	9547
71	463	937	1439	1951	2473	3023	3593	4153	4733	5347	5897	6521	7109	7717	8363	8969	9551
73	467	941	1447	1973	2477	3037		4157	4751	5351		6529	7121	7723	8369	8971	9587
79	479	947	1451	1979		3041	3607	4159	4759	5381	5903	6547	7127	7727	8377	8999	
83	487	953	1453	1987	2503	3049	3613	4177	4783	5387	5923	6551	7129	7741	8387		9601
89	491	967	1459	1993	2521	3061	3617		4787	5393	5927	6553	7151	7753	8389	9001	9613
97	499	971	1471	1997	2531	3067	3623	4201	4789	5399	5939	6563	7159	7757		9007	9619
		977	1481	1999	2539	3079	3631	4211	4793		5953	6569	7177	7759	8419	9011	9623
101	503	983	1483		2543	3083	3637	4217	4799	5407	5981	6571	7187	7789	8423	9013	9629
103	509	991	1487	2003	2549	3089	3643	4219		5413	5987	6577	7193	7793	8429	9029	9631
107	521	997	1489	2011	2551		3659	4229	4801	5417		6581			8431	9041	9643
109	523		1493	2017	2557	3109	3671	4231	4813	5419	6007	6599	7207	7817	8443	9043	9649
113	541	1009	1499	2027	2579	3119	3673	4241	4817	5431	6011		7211	7823	8447	9049	9661
127	547	1013		2029	2591	3121	3677	4243	4831	5437	6029	6607	7213	7829	8461	9059	9677
131	557	1019	1511	2039	2593	3137	3691	4253	4861	5441	6037	6619	7219	7841	8467	9067	9679
137	563	1021	1523	2053		3163	3697	4259	4871	5443	6043	6637	7229	7853		9091	9689
139	569	1031	1531	2063	2609	3167		4261	4877	5449	6047	6653	7237	7867	8501		9697
149	571	1033	1543	2069	2617	3169	3701	4271	4889	5471	6053	6659	7243	7873	8513	9103	
151	577	1039	1549	2081	2621	3181	3709	4273		5477	6067	6661	7247	7877	8521	9109	9719
157	587	1049	1553	2083	2633	3187	3719	4283	4903	5479	6073	6673	7253	7879	8527	9127	9721
163	593	1051	1559	2087	2647	3191	3727	4289	4909	5483	6079	6679	7283	7883	8537	9133	9733
167	599	1061	1567	2089	2657		3733	4297	4919		6089	6689	7297		8539	9137	9739
173		1063	1571	2099	2659	3203	3739		4931	5501	6091	6691		7901	8543	9151	9743
179	601	1069	1579		2663	3209	3761	4327	4933	5503			7307	7907	8563	9157	9749
181	607	1087	1583	2111	2671	3217	3767	4337	4937	5507	6101	6701	7309	7919	8573	9161	9767
191	613	1091	1597	2113	2677	3221	3769	4339	4943	5519	6113	6703	7321	7927	8581	9173	9769
193	617	1093		2129	2683	3229	3779	4349	4951	5521	6121	6709	7331	7933	8597	9181	9781
197	619	1097	1601	2131	2687	3251	3793	4357	4957	5527	6131	6719	7333	7937	8599	9187	9787
199	631		1607	2137	2689	3253	3797	4363	4967	5531	6133	6733	7349	7949		9199	9791
	641	1103	1609	2141	2693	3257		4373	4969	5557	6143	6737	7351	7951	8609		
211	643	1109	1613	2143	2699	3259	3803	4391	4973	5563	6151	6761	7369	7963	8623	9203	9803
223	647	1117	1619	2153		3271	3821	4397	4987	5569	6163	6763	7393	7993	8627	9209	9811
227	653	1123	1621	2161	2707	3299	3823		4993	5573	6173	6779			8629	9221	9817
229	659	1129	1627	2179	2711		3833	4409	4999	5581	6197	6781	7411	8009	8641	9227	9829
233	661	1151	1637		2713	3301	3847	4421		5591	6199	6791	7417	8011	8647	9239	9833
239	673	1153	1657	2203	2719	3307	3851	4423	5003			6793	7433	8017	8663	9241	9839
241	677	1163	1663	2207	2729	3313	3853	4441	5009	5623	6203		7451	8039	8669	9257	9851
251	683	1171	1667	2213	2731	3319	3863	4447	5011	5639	6211	6803	7457	8053	8677	9277	9857
257	691	1181	1669	2221	2741	3323	3877	4451	5021	5641	6217	6823	7459	8059	8681	9281	9859
263		1187	1693	2237	2749	3329	3881	4457	5023	5647	6221	6827	7477	8069	8689	9283	9871
269	701	1193	1697	2239	2753	3331	3889	4463	5039	5651	6229	6829	7481	8081	8693	9293	9883
271	709		1699	2243	2767	3343		4481	5051	5653	6247	6833	7487	8087	8699		9887
277	719	1201		2251	2777	3347	3907	4483	5059	5657	6257	6841	7489	8089		9311	
281	727	1213	1709	2267	2789	3359	3911	4493	5077	5659	6263	6857	7499	8093	8707	9319	9901
283	733	1217	1721	2269	2791	3361	3917		5081	5669	6269	6863			8713	9323	9907
293	739	1223	1723	2273	2797	3371	3919	4507	5087	5683	6271	6869	7507	8101	8719	9337	9923
	743	1229	1733	2281		3373	3923	4513	5099	5689	6277	6871	7517	8111	8731	9341	9929
307	751	1231	1741	2287	2801	3389	3929	4517		5693	6287	6883	7523	8117	8737	9343	9931
311	757	1237	1747	2293	2803	3391	3931	4519	5101		6299	6899	7529	8123	8741	9349	9941
313	761	1249	1753	2297	2819		3943	4523	5107	5701			7537	8147	8747	9371	9949
317	769	1259	1759		2833	3407	3947	4547	5113	5711	6301	6907	7541	8161	8753	9377	9967
331	773	1277	1777	2309	2837	3413	3967	4549	5119	5717	6311	6911	7547	8167	8761	9391	9973
337	787	1279	1783	2311	2843	3433	3989	4561	5147	5737	6317	6917	7549	8171	8779	9397	
347	797	1283	1787	2333	2851	3449		4567	5153	5741	6323	6947	7559	8179	8783		
349		1289	1789	2339	2857	3457	4001	4583	5167	5743	6329	6949	7561	8191		9403	
353	809	1291		2341	2861	3461	4003	4591	5171	5749	6337	6959	7573		8803	9413	

3. DECOMPOSITION D'UN NOMBRE NATUREL EN UN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Décompose le nombre 360 en un produit de facteurs de manière à en avoir le plus possible (1 étant exclu).

Ton essai	Autre exemple	Autre exemple
360 =	360 =	360 =

Comparons les décompositions obtenues. Nous constatons que les facteurs obtenus sont tous premiers et qu'ils sont **tous les mêmes**.

Conclusion:

La décomposition d'un nombre non premier en un produit de facteurs premiers n'est possible que d'une seule manière (si on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

Disposition pratique:

18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

180	

180 =

125125	

125125 =

96	

96 =

144	

144 =

72	

72 =

432	

432 =

504	

504 =

810	

810 =

En te basant sur les décompositions ci-dessus, complète le tableau par ***Vrai*** ou ***Faux***.

$2^3 \cdot 3$	est un diviseur de 72	Vrai - Faux	$2^3 \cdot 3^2$	est un diviseur de 96	Vrai - Faux
2^4	est un diviseur de 72	Vrai - Faux	$2^4 \cdot 3$	est un diviseur de 144	Vrai - Faux
$2 \cdot 3^3$	est un diviseur de 72	Vrai - Faux	$2^5 \cdot 3$	est un diviseur de 144	Vrai - Faux
3^2	est un diviseur de 96	Vrai - Faux	$2^3 \cdot 3^2$	est un diviseur de 144	Vrai - Faux
$2^4 \cdot 3$	est un diviseur de 96	Vrai - Faux	$2^4 \cdot 3$	est un diviseur de 180	Vrai - Faux
$2^5 \cdot 3$	est un diviseur de 96	Vrai - Faux	$2^2.5.3^2$	est un diviseur de 180	Vrai - Faux

4. EXERCICES

1] Complète :

a) div 144 = ...

b) 3N = ...

c) div 216 = ...

d) 24N = ...

2] Cite

a) cinq multiples de 12. ....

b) les quatre plus petits multiples de 1. ....

c) trois multiples de 25. ....

d) les cinq plus petits multiples de 2. ....

e) les six plus petits multiples de 3. ....

f) le plus grand multiple de 4. ....

3] VRAI ou FAUX

a) Si $x \mid y$, alors $x < y$: ....

Justifie: ....

b) Si x est multiple de y, alors $x > y$: ....

Justifie: ....

c) Si $x \mid y$, alors $x \leq y$: ....

Justifie: ....

d) Si x est multiple de y, alors $x \geq y$: ....

Justifie: ....

4] VRAI ou FAUX. Justifie dans chaque cas.

a) $15 \in 30\mathbb{N}$: .... car ....

b) $12 \in 6\mathbb{N}$: .... car ....

c) $7 \mid 0$: .... car ....

d) $16 \mid 2$: .... car ....

e) $17 \in 17\mathbb{N}$: .... car ....

f) $0 \in 24\mathbb{N}$: .... car ....

g) $0 \mid 12$: .... car ....

Exploration : Propriétés des Diviseurs et multiples

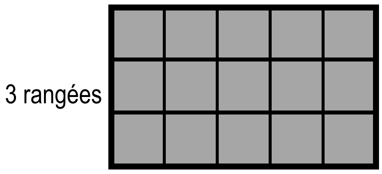
5.1. Première propriété

1] Justification

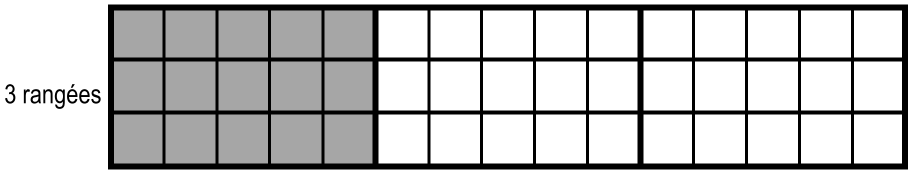
Montrons par un schéma que :

Si 3 divise un nombre naturel x alors 3 divise aussi tous les multiples de x.

- Comme 3 divise **x**, on peut répartir les **x** petits carrés sur 3 rangées :



- Tous les multiples de **x** peuvent s'obtenir en accolant des rectangles identiques à celui de la figure précédente (exemple 3 . **x**).



- Tous les multiples de **x** peuvent donc être répartis en 3 rangées, donc 3 divise tous les multiples de **x**.

2] Utilité de la propriété

Cette propriété permet de montrer que, par exemple, 578 600 est divisible par 4. Comme 4 divise 100 et que 578 600 est un multiple de 100, alors 4 divise 578 600.

- Note ci-dessous trois autres exemples qui illustrent cette propriété.

3] Conclusion:

→ **Propriété 1**

L.L.: **Si un nombre naturel *x* divise un nombre naturel *y*,**
Alors il divise aussi tous les multiples de *y*.

L.M.:

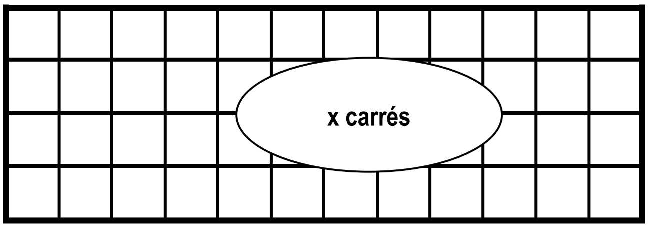
5.2. Deuxième propriété

1] Justification

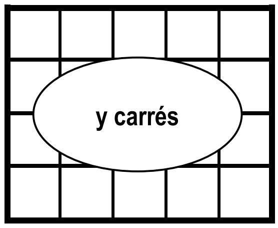
Montrons par un schéma que :

Si 4 divise deux nombres naturels x et y alors 4 divise aussi la somme de x et y.

- Comme 4 divise **x**, on peut répartir les **x** petits carrés sur 4 rangées.
- Comme 4 divise **y**, on peut répartir les **y** petits carrés sur 4 rangées.

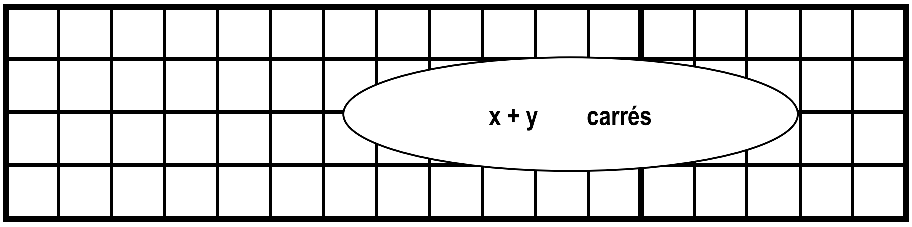


4 rangées



- En accolant les deux rectangles, on obtient un rectangle qui contient **(x + y)** petits carrés répartis en 4 rangées, donc 4 divise **(x + y)**.

4 rangées



2] Utilité de la propriété

Cette propriété permet de montrer que, par exemple, 924 est divisible par 7.

En effet, 924 = 700 + 210 + 14. Vu que 7 divise 700, 7 divise 210 (***prop.1***) et 7 divise 14, nous pouvons déduire que 7 divise la somme de ces nombres c'est-à-dire 924.

- Note ci-dessous trois autres exemples qui illustrent cette propriété.

3] Conclusion:

→ **Propriété 2**

L.L.:	**Si un nombre naturel *x* divise deux nombres naturels *y* et *z*, Alors il divise leur somme *(y + z)*.**
L.M.:	

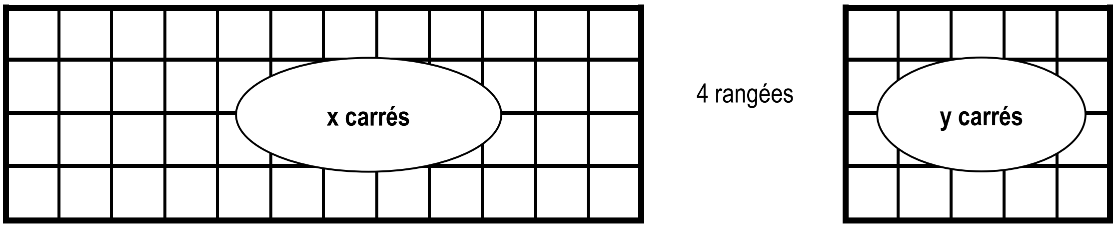
5.3. Troisième propriété

1] Justification

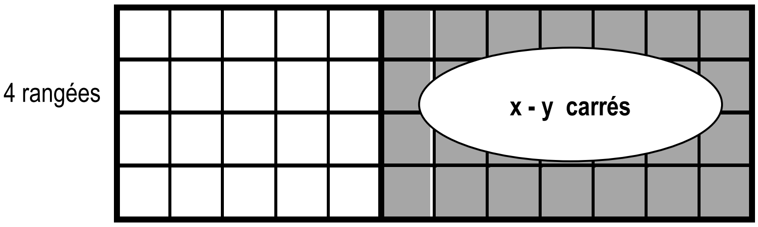
Montrons par un schéma que :

Si 4 divise deux nombres naturels x et y alors 4 divise aussi la différence entre x et y.

- Comme 4 divise **x**, on peut répartir les **x** petits carrés sur 4 rangées.
- Comme 4 divise **y**, on peut répartir les **y** petits carrés sur 4 rangées.



- En enlevant les **y** carrés des **x** carrés, on obtient un rectangle qui contient **(x - y)** carrés répartis en 4 rangées, donc 4 divise **(x - y)**.



2] Utilité de la propriété

Cette propriété permet de montrer que, par exemple, 1386 est divisible par 7.

En effet, 1386 = 1400 - 14. Vu que 7 divise 1400 (***prop.1***) et que 7 divise 14, nous pouvons déduire que 7 divise la différence de ces nombres c'est-à-dire 1386.

- Note ci-dessous trois autres exemples qui illustrent cette propriété.

3] Conclusion:

→ **Propriété 3**

L.L.:	**Si un nombre naturel *x* divise deux nombres naturels *y* et *z*,** **Alors il divise leur différence *(y - z).***
L.M.:	

5.4. Application des propriétés

1] En appliquant les 3 propriétés des diviseurs, complète les cases du tableau par un nombre.

	d'après la 1ère prop.	d'après la 2e prop.	d'après la 3e prop.
$7 \mid 49$ et $7 \mid 35$ donc 7 divise aussi	...... et	......	......
$9 \mid 63$ et $9 \mid 18$ donc 9 divise aussi	...... et	......	......
$14 \mid 140$ et $14 \mid 28$ donc 14 divise aussi	...... et	......	......
$8 \mid 104$ et $8 \mid 56$ donc 8 divise aussi	...... et	......	......
$120 \mid 240$ et $120 \mid 360$ donc 120 divise aussi	...... et	......	......

2] En n'utilisant que les propriétés, à quoi voit-on que

$7 \mid 1477$ ....

$7 \mid 1393$ ....

$17 \mid 51680$ ....

$11 \mid 1155$ ....

$13 \mid 39273$ ....

3] VRAI ou FAUX

a) Si $a = 7b$ alors a est divisible par 7. VRAI - FAUX

b) Si $a = 3.5.b$ alors a est divisible par 15. VRAI - FAUX

c) Si $a = 7 + b$ alors a est divisible par 7. VRAI - FAUX

d) Si $x = 10a$ alors x est divisible par 50. VRAI - FAUX

e) Si $x = 10y$ alors x est divisible par 2. VRAI - FAUX

f) Si $x = 8y$ alors x est divisible par 16. VRAI - FAUX

g) Si $x = 20y$ alors x est divisible par 4 et 5. VRAI - FAUX

h) Si $x = 20y$ alors x est divisible par 40. VRAI - FAUX

6. LES CARACTERES DE DIVISIBILITE

6.1. Introduction

- Ecris un nombre quelconque de 4 chiffres. ....
- Recopie les chiffres de ce nombre dans la bonne colonne.

M	C	D	U
.....	.....	.....	.....

M: colonne des milliers
C : colonne des centaines
D : colonne des dizaines
U : colonne des unités

- Combien ce nombre compte-t-il de dizaines ? ....
- Combien ce nombre compte-t-il de centaines ? ....

6.2. Caractère de divisibilité par 2 et 5

➢ Ecriture générale des multiples de 2

Tout multiple de 2 est le produit du facteur 2 et d'un nombre naturel.

Ex : $18 = 2 \cdot 9$

$134 = 2 \cdot 67$

$216 = 2 \cdot$ ....

$96 = 2 \cdot$ ....

$0 = 2 \cdot$ ....

D'où: $\forall\, x \in \mathbb{N}$: x est un multiple de 2 $\Rightarrow x = 2.n$ (avec $n \in \mathbb{N}$).

2n est l'écriture générale des multiples de 2 (des nombres pairs)

Quelle est l'écriture générale des nombres impairs ? (au besoin, relis la page 24) ....

➢ Ecriture générale des multiples de 5

Donne l'écriture générale des multiples de 5: ....

Sous quelles formes peut-on écrire un nombre qui n'est pas multiple de 5 ?

....

➢ Justification du caractère de **divisibilité par 2 et par 5**

N'importe quel nombre naturel peut être décomposé en deux termes : le premier représente le nombre de dizaines et le deuxième le nombre d'unités.

Cas particulier	En général
$6347 = 6340 + 7$	$\overline{abcd} = \ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots$
$= 634 \cdot 10 + 7$	$= \ldots\ldots \cdot 10 + \ldots\ldots$

a) Comme 2 ***(ou 5)*** divise 10, il divise tous les multiples de 10 *(Propriété 1)*. En particulier, 2 ***(ou 5)*** divise le premier terme de notre décomposition.

b) Etant donné que 2 ***(ou 5)*** divise le premier terme de la somme, si 2 ***(ou 5)*** divise aussi son deuxième terme (nombre de l'unité), alors il divisera aussi ....*(Propriété 2)*

> Un nombre naturel est divisible par 2 ***(ou 5)***
> ssi
> son dernier chiffre représente un nombre divisible par 2 ***(ou 5).***

Remarque:

Dans ce cas, ce dernier chiffre doit être pour 2 : .... et pour 5 : …………………

Justifie ton exemple : *« le nombre que j'ai choisi dans l'introduction - est - n'est pas - divisible par 2 »* car

....

Justifie ton exemple : *« le nombre que j'ai choisi dans l'introduction - est - n'est pas - divisible par 5 »* car

....

<u>6.3.</u> <u>Caractère de divisibilité par 4 et 25</u>

➢ <u>Ecriture générale des multiples de 4</u>

Donne l'écriture générale des multiples de 4: .... et de 25 : ....

Sous quelles formes peut-on écrire un nombre qui n'est pas multiple de 4 ?

....

➢ <u>Justification du caractère de **divisibilité par 4 et 25**</u>

N'importe quel nombre naturel (supérieur à 100) peut être décomposé en deux termes : le premier représente le nombre de centaines et le deuxième un nombre de deux chiffres.

<u>Cas particulier</u>					<u>En général</u>				
6348	=	6300	+	48	$\overline{abcd}$	=	....	+	......
	=	63 . 100	+	48		=	 100	+	......

a) Comme 4 ***(ou 25)*** divise 100, il divise tous les multiples de 100 (Propriété 1). En particulier, 4 ***(ou 25)*** divise le premier terme de notre décomposition.

b) Etant donné que 4 ***(ou 25)*** divise le premier terme de la somme, si 4 ***(ou 25)*** divise aussi son deuxième terme (nombre de 2 chiffres), alors il divisera aussi ....

> Un nombre naturel est divisible par 4 ***(ou 25)***
> ssi
> ses 2 derniers chiffres représentent un nombre divisible par 4 ***(ou 25)***.

<u>Remarque</u>:

Justifie ton exemple : *« le nombre que j'ai choisi dans l'introduction - est - n'est pas - divisible par 4 »* car

....

Justifie ton exemple : *« le nombre que j'ai choisi dans l'introduction - est - n'est pas - divisible par 25 »* car

....

<u>6.4.</u> <u>Caractères de divisibilité par 8 et 125</u>

D'une manière analogue aux autres justifications, nous pouvons montrer que :

> Un nombre naturel est divisible par 8 ***(ou 125)***
> ssi
> ses … derniers chiffres représentent un nombre divisible par 8 ***(ou 125)***.

6.5. Caractères de divisibilité par 3 et 9

➢ Ecriture générale des multiples de 3 et de 9

Donne l'écriture générale des multiples de 3 : ....

Donne l'écriture générale des multiples de 9 : ....

➢ Caractère de divisibilité par 3 et par 9

Tu as appris à l'école primaire que :

Un nombre naturel est divisible par 3 (par 9) ssi la somme des nombres représentés par chacun de ses chiffres est un multiple de 3 (de 9).

Exemple :

Pour savoir si 4538 et 729 sont multiples de 3 :

- La somme 4 + 5 + 3 + 8 = 20 n'est pas multiple de 3 (ni de 9). Donc, selon le critère, 4538 n'est pas divisible par 3 (ni par 9).
- Par contre, la somme 7 + 2 + 9 = 18 est multiple de 3 (de 9). Donc, selon le critère, 729 est divisible par 3 (et par 9).

6.6. Exercices

1] Quel est le plus petit nombre de 1 chiffre qui doit remplacer *x* et *y* pour que

a) $\overline{116x}$ soit divisible par 2 et par 3 ? x = ...

b) $\overline{116x}$ soit divisible par 2 et par 5 ? x = ...

c) $\overline{115x}$ soit divisible par 3 et par 5 ? x = ...

d) $\overline{115xy}$ soit divisible par 2, par 3 et par 5 ? x = ... y = ...

e) $\overline{7x8y}$ soit divisible par 3 et par 5 ? x = ... y = ...

2] Place une (des) croix à côté des nombres suivants pour qu'elles se situent sous leur(s) diviseur(s).

	par 2	par 3	par 5		par 2	par 3	par 5
30				1418			
648				27190			
815				4889			
914				9993			
135				11112			