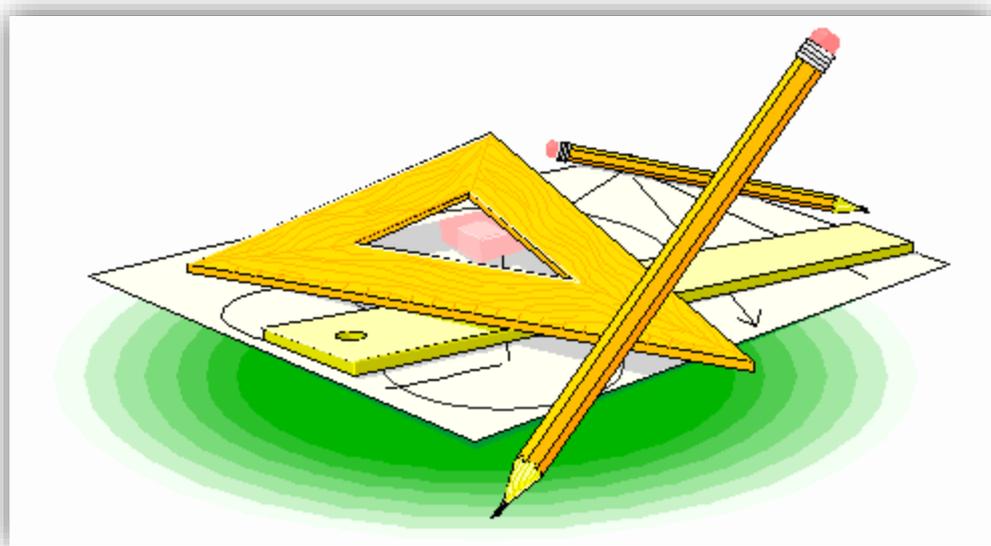


COLLEGE SAINT-BARTHELEMY

MATHÉMATIQUE

PREMIÈRE ANNÉE



SOLIDES ET FIGURES

Deuxième partie : Les solides

Notions élémentaires de géométrie

Parallélisme - Perpendicularité

Représentations de solides

ANNEE SCOLAIRE 202... - 202...



Compétences



Expliciter les savoirs et les procédures

- ✎ Comprendre et utiliser, dans leur contexte, des termes usuels propres à la géométrie des solides et des figures planes.
- ✎ Reconnaître, comparer, différencier et classer des solides sur base de leurs éléments caractéristiques.
- ✎ Reconnaître et comparer différents types de représentations planes de solides.
- ✎ Énoncer et comprendre quelles propriétés suffisent pour construire des figures géométriques particulières. (Cadres 1 à 13 – définitions et propriétés)

Appliquer une procédure

- ✎ Construire les développements possibles de solides (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits).
- ✎ Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement.
- ✎ Construire un parallélépipède rectangle en perspective cavalière.
- ✎ Construire, utiliser et transformer des expressions littérales pour calculer le périmètre ou l'aire de faces, le volume de solides (voir calculs algébriques).
- ✎ Tracer des figures simples avec des instruments.
- ✎ Reproduire une figure plane en vraie grandeur ou à l'échelle.
- ✎ Tracer une droite perpendiculaire à une autre.

Résoudre un problème

- ✎ Résoudre des problèmes d'aires, de volumes, de développement.
- ✎ Dans une représentation en perspective d'un objet de l'espace, repérer les éléments en vraie grandeur.
- ✎ En utilisant une représentation en perspective d'un objet de l'espace, dessiner en vraie grandeur certains éléments déformés par la projection.
- ✎ Résoudre des problèmes de construction à propos de triangles, de cercles ou de quadrilatères.
- ✎ Résoudre des problèmes faisant intervenir des longueurs ou des aires de figures planes.



NOTIONS ELEMENTAIRES DE GEOMETRIE

1. LA LATTE

1.1. Son utilité :

La latte est l'instrument qui sert à tracer des lignes droites.
Sa graduation est un supplément qui sert à un autre usage.

1.2. La droite :

- Place deux points **A** et **B**
- Plie ta feuille pour que le pli passe par ces deux points
- Repasse le pli en traçant *une* droite qui passe par **A** et **B**

1.3. Constatation :

Combien de pli(s) différent(s) passant par **A** et **B** peux-tu effectuer ?

.....

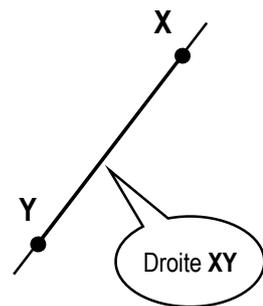
1.4. Conclusion :

Cadre 1:

Deux points déterminent *une et une seule* droite.

1.5. Conséquences :

- Pour nommer une droite, il suffit de nommer deux de ses points, alors qu'elle en compte une infinité.
- La droite qui passe par les points **X** et **Y** s'appellera **XY**. Elle est la seule à pouvoir porter ce nom.

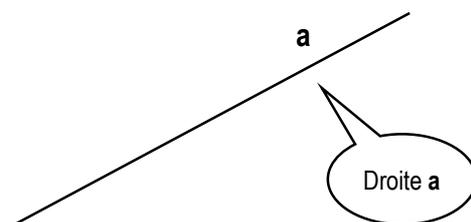


En langage mathématique, on pourrait noter cela:

.....

1.6. Remarque :

- 1) La droite est illimitée mais sa représentation (dessin) est limitée.
- 2) La droite divise le plan en deux demi-plans.
- 3) Une droite peut être nommée à l'aide de deux de ses points ou avec une lettre minuscule.



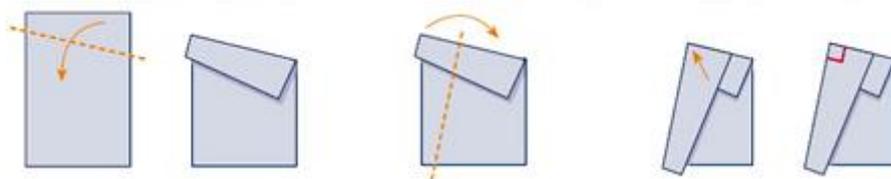
2. L'ÉQUERRE

2.1. Son utilité :

L'équerre est l'instrument qui sert à dessiner des angles droits et des droites perpendiculaires.

2.2. Droites perpendiculaires :

- Plie une feuille et choisis un point (que tu nommeras **A**) sur ce pli.
- Trace une droite sur ce pli. Nomme-la **x**.
- Replie la feuille de manière à superposer les deux demi-droites d'origine **A**.
- Ouvre la feuille et repasse ce deuxième pli. Nomme-le **y**.



2.3. Constatation

Comment caractériser la position des droites **x** et **y** ?

.....

2.4. Conclusion

Les angles qui étaient superposés dans le pliage sont égaux et mesurent chacun :

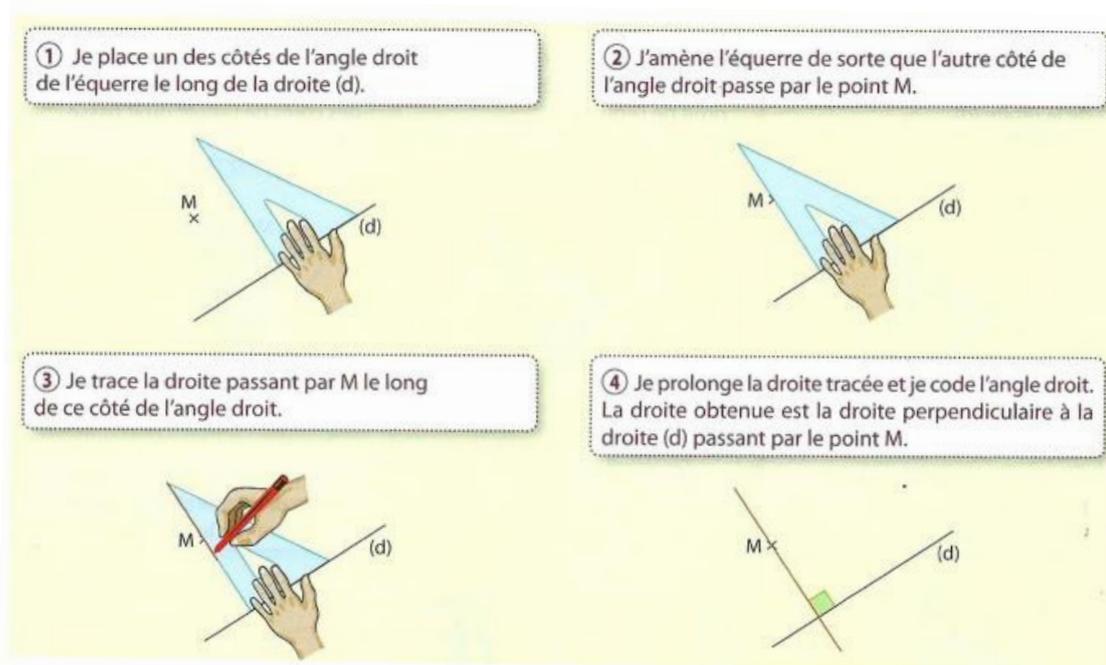
Cadre 2:

Deux droites sont perpendiculaires si et seulement si elles divisent le plan qui les contient en quatre angles de même amplitude (appelés angles droits).

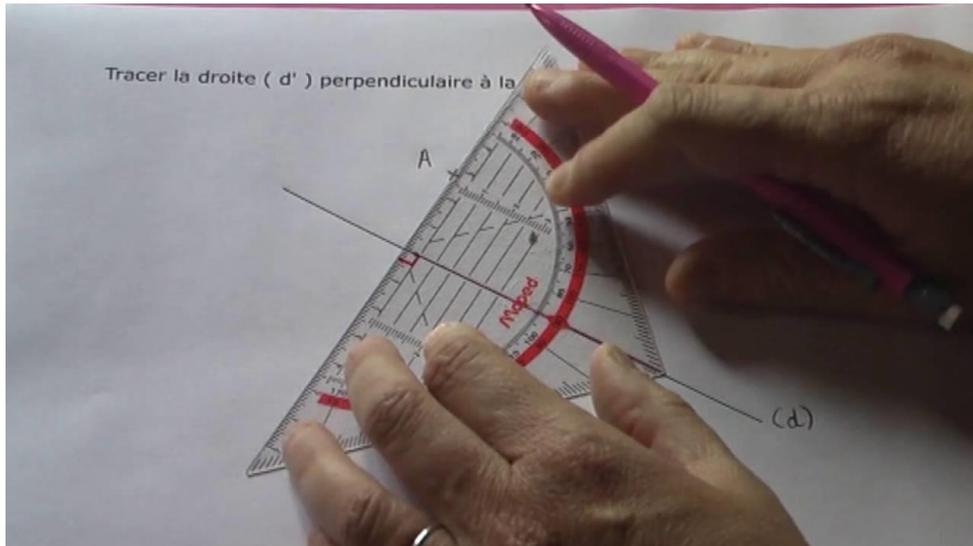
2.5. Construction

Pour construire une perpendiculaire à une droite **d** donnée passant par un point donné :

- Avec *l'équerre et une latte*



- Avec l'équerre « *Aristo* », tu utilises le segment qui coupe l'équerre en deux parties isométriques



a) Observation :

Peux-tu tracer plusieurs droites passant par **A** et perpendiculaires à **d** ? OUI - NON

Cadre 3:

Par un point (pris hors d'une droite), on peut tracer une et une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.

b) Remarques :

- 1] Dans un plan, par un point pris sur une droite **d**, on ne peut tracer qu'une seule droite perpendiculaire à la droite **d**.
- 2] Dans l'espace, on pourrait en « tracer » une infinité.

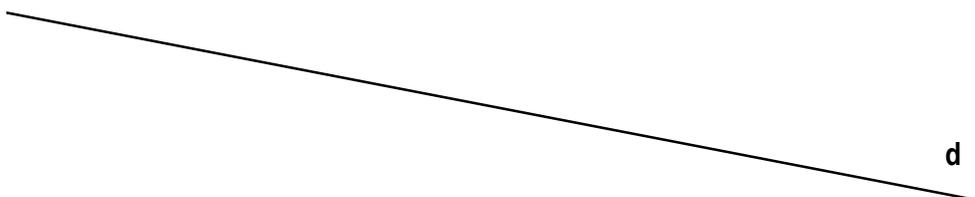
c) Conséquence:

Nous utiliserons l'article défini pour désigner cette droite unique.

ex: « Par le point **A**, trace la droite **a** qui est perpendiculaire à la droite **d** »

2.6. Applications

Construis quelques droites perpendiculaires à la droite **d** donnée ci-dessous (utilise les 2 types d'équerres si possible).



3. PROPRIETES DES DROITES PARALLELES ET PERPENDICULAIRES

3.1. Avec des perpendiculaires...

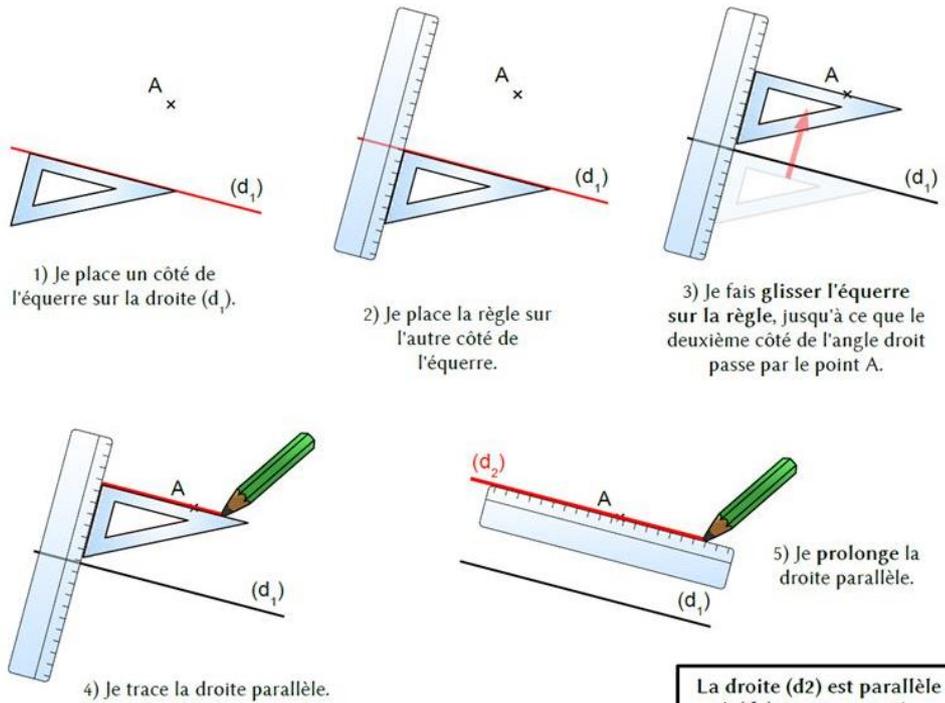
Observe les droites que tu viens de tracer. Que constates-tu ?

Cadre 4:

..... si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

L.M.

Grâce à cette propriété, tu viens de découvrir un moyen de dessiner des droites parallèles à l'aide d'une latte et d'une équerre :



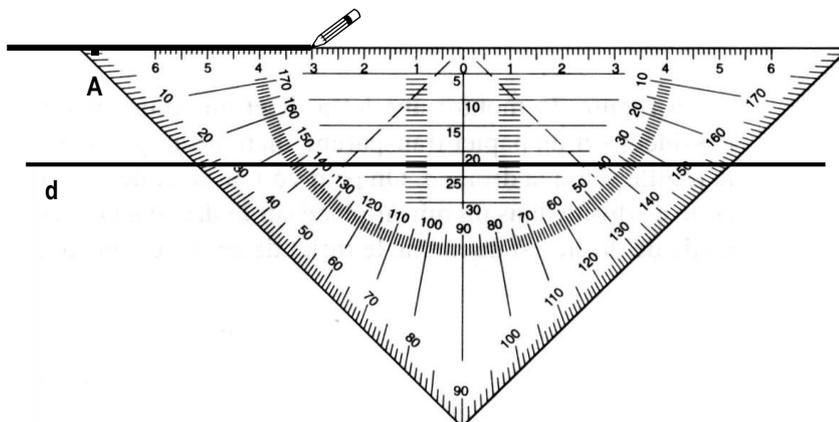
La droite (d_2) est parallèle à (d_1) et passe par A.

Cadre 5: réciproquement,

..... si deux droites sont parallèles, alors toute troisième droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

3.2. Avec des parallèles...

L'équerre « Aristo » permet également de tracer des parallèles :





➤ Par **A**, peux-tu tracer plusieurs droites parallèles à la droite **d** ? OUI - NON

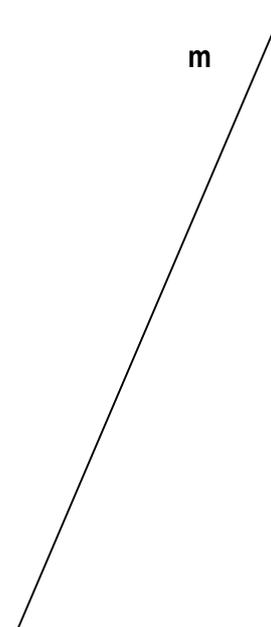
Conclusion :

Cadre 6 :

Par un point, on peut tracer une et une seule droite parallèle à une droite donnée.

- En utilisant la méthode ci-dessus, construis avec ton équerre « Aristo » une droite **b** passant par le point **T** et parallèle à la droite **m**.
- Comment as-tu procédé ?

T.



- Essaie de dégager une propriété à partir de ton dessin.

Cadre 7: Transitivité du parallélisme

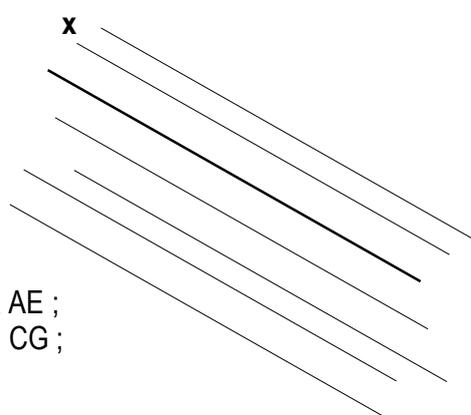
Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre-elles

L.M.:

h) Remarque :

Soit la droite **x**.

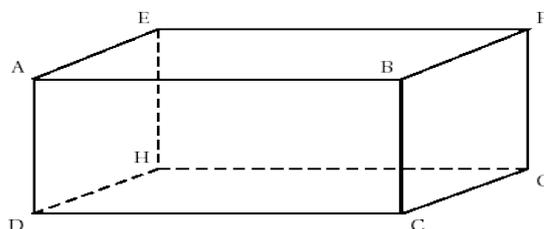
Toutes les droites parallèles à **x** ont la même direction.



3.3. Exercice :

Sur le parallélépipède rectangle suivant, trace :

- 1) Par le milieu de **[AB]**, la perpendiculaire à **DC** puis la parallèle à **AE** ;
- 2) Par le milieu de **[BC]**, la perpendiculaire à **AD** puis la parallèle à **CG** ;
- 3) Par le milieu de **[BF]**, la parallèle à **BC** puis la parallèle à **AB**.





4. L'ESPACE

a) Construis le cube dont voici le développement (feuille en carton).

b) Prends le cube que tu viens de construire et note le nombre

de faces

d'arêtes

de sommets

d'arêtes par face

de sommets par face

d'arêtes issues d'un même sommet

Quelle est la forme d'une face ?

Une arête }
Une face } sont des ensembles de points.
Un cube }

c) Observations: Complète par **V** ou **F**

DCGH // ABFE

ABCD // ABFE

BCGF // ADHE

DCGH \perp ABCD

BCGF \perp DCGH

FEHG \perp CDAB

[BF] // [GH]

[DC] // [FE]

[AE] // [BF]

[AB] \perp [AE]

[AE] \perp [BF]

[DC] \perp [BF]

[BC] // ADHE

[DH] // BCGF

[FG] // DHEA

[DH] \perp ABCD

[AB] \perp DCGH

[FG] \perp ABFE

4.1. Deux notions élémentaires en géométrie

- 1] La **droite** est la figure géométrique obtenue en prolongeant à l'infini l'arête d'un solide dans les deux sens.
→ Si on prolonge l'arête **[AB]** à l'infini dans les deux sens, on obtient.....
- 2] Le **plan** est la figure géométrique obtenue en prolongeant à l'infini la face d'un polyèdre dans tous les sens.

a) Comment déterminer un plan ?

Nous avons vu précédemment que *deux points déterminent une et une seule droite*.

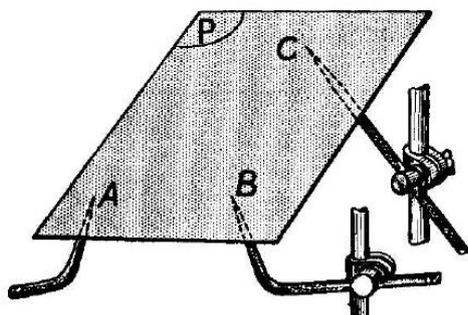
Combien faut-il de points **au minimum** pour déterminer un et un seul plan ?

- | | |
|------------------|-----------|
| • 1 seul point ? | OUI – NON |
| • 2 points ? | OUI – NON |
| • 3 Points ? | OUI – NON |
| • 4 Points ? | OUI – NON |
| • points | OUI – NON |

Ces points peuvent-ils être placés n'importe comment l'un par rapport à l'autre ?

Conclusions :

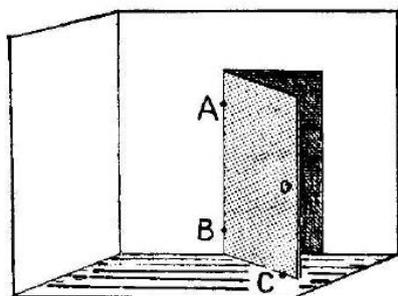
Cadre 8:



Trois points non alignés déterminent un et un seul plan.

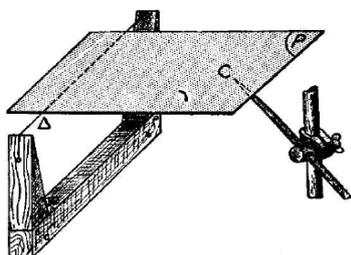
Tu ne peux appuyer qu'une seule « plaque métallique » sur ces trois pointes → il n'existe donc qu'un seul plan passant par ces trois points

Par conséquent, tu peux aussi déterminer un et un seul plan en joignant deux des trois points :



De même une porte, qui peut tourner autour de ses gonds A et B et que l'on oblige à heurter une butée C, prend une position bien déterminée

Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite déterminent un et un seul plan.



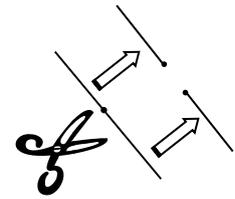
La plaque métallique qui est posée sur le fil (droite) et la pointe C (un point) est unique

4.2. Les symboles :

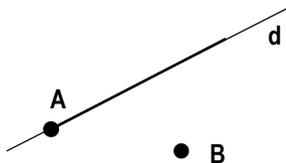
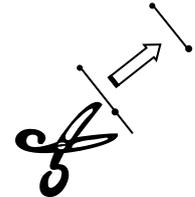
IMPORTANT

- A** Désigne le point A.
- a** Désigne la droite a
- AB** Désigne la droite qui comprend les points **A** et **B**.
- [AB** Désigne la demi-droite issue de **A** et qui comprend le point **B**.
- [AB]** Désigne le segment limité par les points **A** et **B**.
- \overline{AB} Désigne la longueur du segment **[AB]**
- ABC** Désigne le plan qui comprend les points non alignés **A**, **B** et **C**.
- ΔABC Désigne le triangle dont les sommets sont les points **A**, **B** et **C**.
- ABCD** Désigne le quadrilatère dont les sommets sont **A**, **B**, **C** et **D**.
- \forall se lit « **quel que soit** » (aussi bien au féminin qu'au pluriel)
- \in se lit « **appartient à** »
- \mathcal{D} Désigne l'ensemble de toutes les droites de l'espace

Demi-droite :



Segment :



Le point **A** est sur la droite **d** \rightarrow on écrit en L.M. :

A \in **d** (**A** appartient à **d**)

Le point **B** n'est pas sur la droite **d** \rightarrow on écrit en L.M. :

B \notin **d** (**B** n'appartient pas à **d**)



4.3. Etendons nos connaissances à la totalité de l'espace.

Complète par **V** (vrai) ou **F** (faux) Les points cités sont ceux de ton cube

1] $DGC \parallel ABF$

2] $BCD \perp ADH$

3] Droite par rapport à une droite

AB	\perp	BC
AD	\perp	DE
DH	\perp	FE
AB	\parallel	CG
AD	\parallel	GF
DH	\parallel	BE

Droite par rapport à un plan

AB	\perp	BCF
AD	\perp	BFE
DH	\perp	HGF
AB	\parallel	FGH
AD	\parallel	AGD
DH	\parallel	FCD

4] Complète par \parallel ou \perp .

	GH	ABF	DCGH	[FE]
EH
ABC
DCGH
[FG]

5] Synthèse

- Deux plans sécants ont en commun.
- Deux droites sécantes ont en commun.
- Une droite et un plan non parallèles ont en commun.

Question :

Les cinq propriétés étudiées sont-elles encore vraies dans l'espace à trois dimensions ?



4.4. Propriétés des plans et droites perpendiculaires ou parallèles

Prends ton cube et les feuilles précédentes.

Utilise le cube pour compléter les phrases suivantes

1] en imitant le cadre 1 de la page 4, tu obtiens :

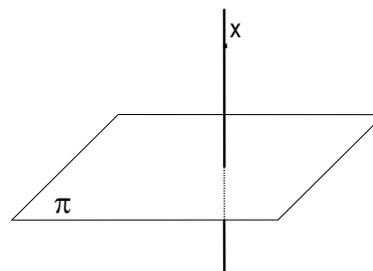
Cadre 9:

.....déterminent
un plan.

2] en imitant le cadre 3 de la page 6, tu obtiens :

Cadre 10:

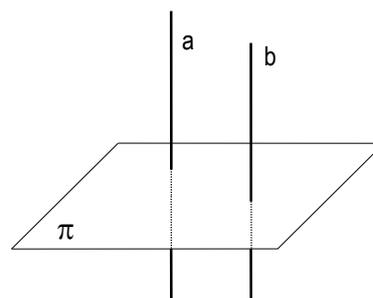
Par un point pris hors d'un plan, on peut tracer une.....
.....
.....



3] en imitant le cadre 4 de la page 7, tu obtiens :

Cadre 11:

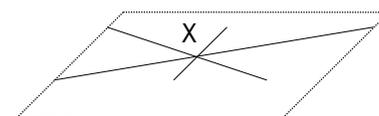
Si deux droites sont.....
.....
.....



4] en imitant le cadre 6 de la page 8, tu obtiens :

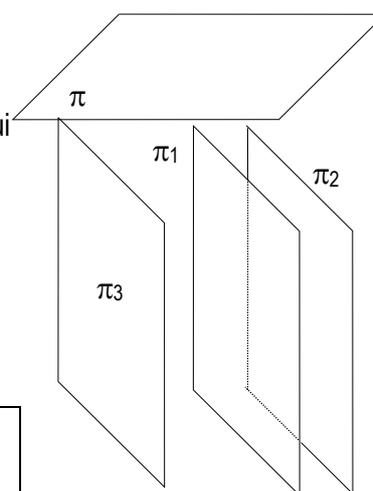
Cadre 12:

Par un point, on peut tracer une.....
droites parallèles à un plan donné.



Remarque:

L'ensemble de ces droites détermine le plan parallèle au plan π qui comprend le point X .



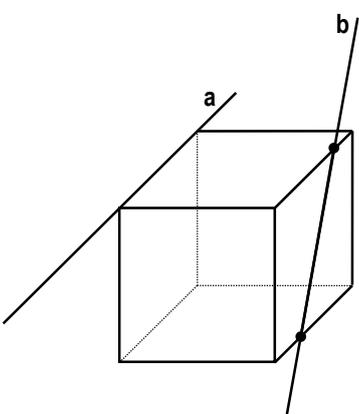
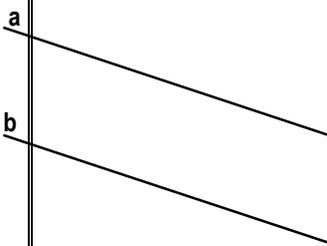
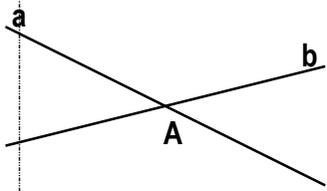
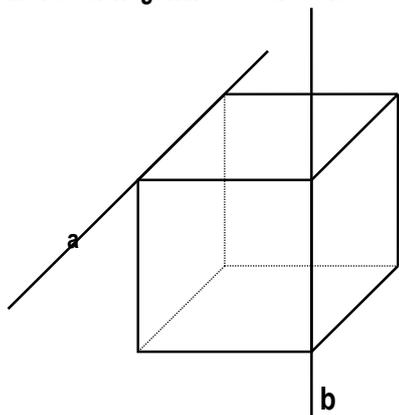
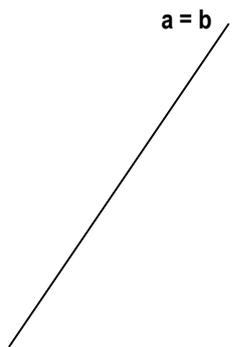
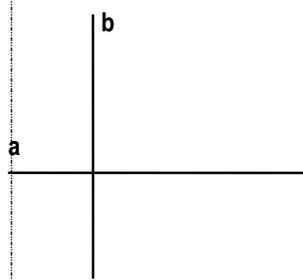
5] en imitant le cadre 7 de la page 8, tu obtiens :

Cadre 13:

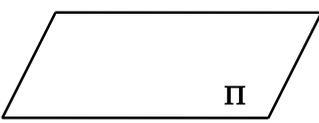
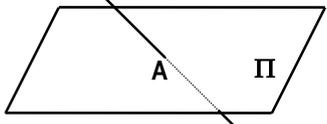
Si deux plans sont parallèles à un même troisième, alors.....
.....

5. SYNTHÈSE : POSITIONS RELATIVES DE DROITES ET PLANS

5.1. Positions d'une droite par rapport à une droite

Si deux droites ne sont pas dans le même plan, alors elles sont		Si deux droites sont dans un même plan, alors elles peuvent être :	
GAUCHES		PARALLELES	SECANTES
 <p>a b</p>	<p>$a // b$ a et b ont la même direction</p> 	<p>$a \# b$ a et b ont un point commun</p> 	
<p>Cas particulier</p> <p>droites orthogonales $a \perp b$</p> 	<p>Cas particulier</p> <p>droites parallèles confondues</p> <p>$a = b$</p> 	<p>Cas particulier</p> <p>droites perpendiculaires</p> <p>$a \perp b$</p> 	

5.2. Positions d'une droite par rapport à un plan

Une droite et un plan peuvent être	
PARALLELES	SECANTS
<p>$d // \Pi$ </p> <p>d</p> <p>d et Π n'ont pas de point en commun.</p> <p>Cas particulier</p> <p><i>La droite d est incluse dans le plan Π.</i></p> 	<p></p> <p>d</p> <p>d et Π ont un point commun.</p> <p>Cas particulier:</p> <p><i>La droite d est perpendiculaire au plan Π.</i></p> 

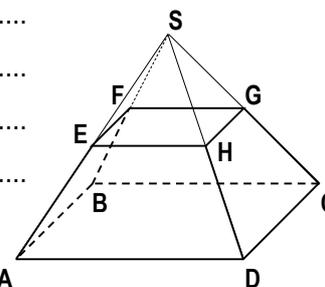
2] Recherche les intersections suivantes (même dessin) :

	Intersection
AB et BC	
[AB] et GH	
[BC] et [FE]	
[AB] et [BH]	
HI et AF	
[BH] et [DJ]	
[CI] et [CD]	
HB et FK	
[IJ] et [BC]	

	Intersection
ABHG et EDJK	
ABHG et ABCD	
BCIH et CDJI	
AFL et CDI	
AFB et DCI	
AB et EDJK	
BH et FED	
AB et CD	
AB et [CD]	

3] Voici une pyramide à base rectangulaire qui a été tronquée par un plan parallèle à la base.

- a) Cite 2 droites parallèles
 2 droites gauches
 2 droites sécantes
 2 droites perpendiculaires
 2 plans sécants
 2 plans parallèles
 2 plans perpendiculaires



b) Recherche les intersections suivantes :

	Intersection
AB et EF	
[AB] et BC	
GH et SD	
[AS] et DS	
GH et FG	
CD et SB	
CD et EF	
HB et FH	
SA et FB	

	Intersection
ABCD et EFGH	
ABGH et ABCD	
BCD et SE	
CBS et CDS	
$\triangle AFB$ et $\triangle DCS$	
AB et EDC	
AD et FED	
AB et CD	
AB et [CD]	



c) Complète par //, \perp , # ou gauche.

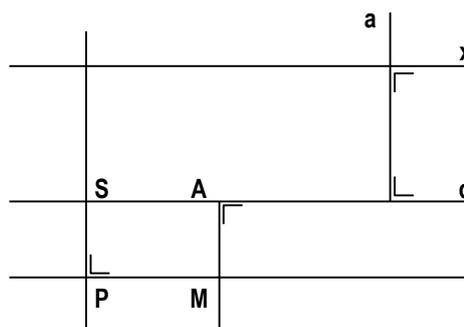
AB	EF	ABCD	EFGH
[AB]	BC	ABGH	ABCD
GH	SD	BCD	SE
[AS	DS	CBS	CDS
GH	FG	AFB	DCS
CD	SB	AB	EDC
CD	EF	BH	FED
HB	FH	AB	CD
SA	FB	AB	[CD]

- 4] Est-il possible de dessiner deux segments [AB] et [CD] n'ayant aucun point commun dans chacun des cas suivants ? Quand c'est possible, fais un dessin.
- Les droites AB et CD sont sécantes.
 - Les droites AB et CD sont parallèles.
 - $AB = CD$.

5] Sûr ou pas sûr ?

En observant attentivement le dessin ci-contre (avec ses annotations), entoure les affirmations dont tu peux être sûr. Dans ce cas, **justifie** à l'aide des propriétés vues en classe.

- $d \parallel x$
- $AM \perp x$
- $d \parallel PM$
- $SP \parallel AM$
- $SP \perp x$
- $AM \parallel a$





6] Demandez le programme

a) Exécute les trois programmes de construction suivants :

Programme 1

- Trace deux droites perpendiculaires **a** et **b** : appelle **I** leur point d'intersection.
- Marque un point **A** sur **a** et un point **B** sur **b**. Trace la droite **AB**.

Programme 2

- Trace une droite **a** et un point **A** n'appartenant pas à **a**. Trace la perpendiculaire à la droite **a** passant par **A** ; appelle la **b**. **a** et **b** sont sécantes en **I**.
- Marque un point **B** sur **b**. Trace la droite **AB**.

Programme 3

- Marque deux points **A** et **B** puis trace la droite **AB**.
- Dessine une droite **a** passant par **A**. Construis la droite **b** perpendiculaire à la droite **a** passant par **B**. La droite **b** coupe la droite **a** en **I**. Place **I**.

b) Compare les figures obtenues (les dimensions n'ont pas d'importance).

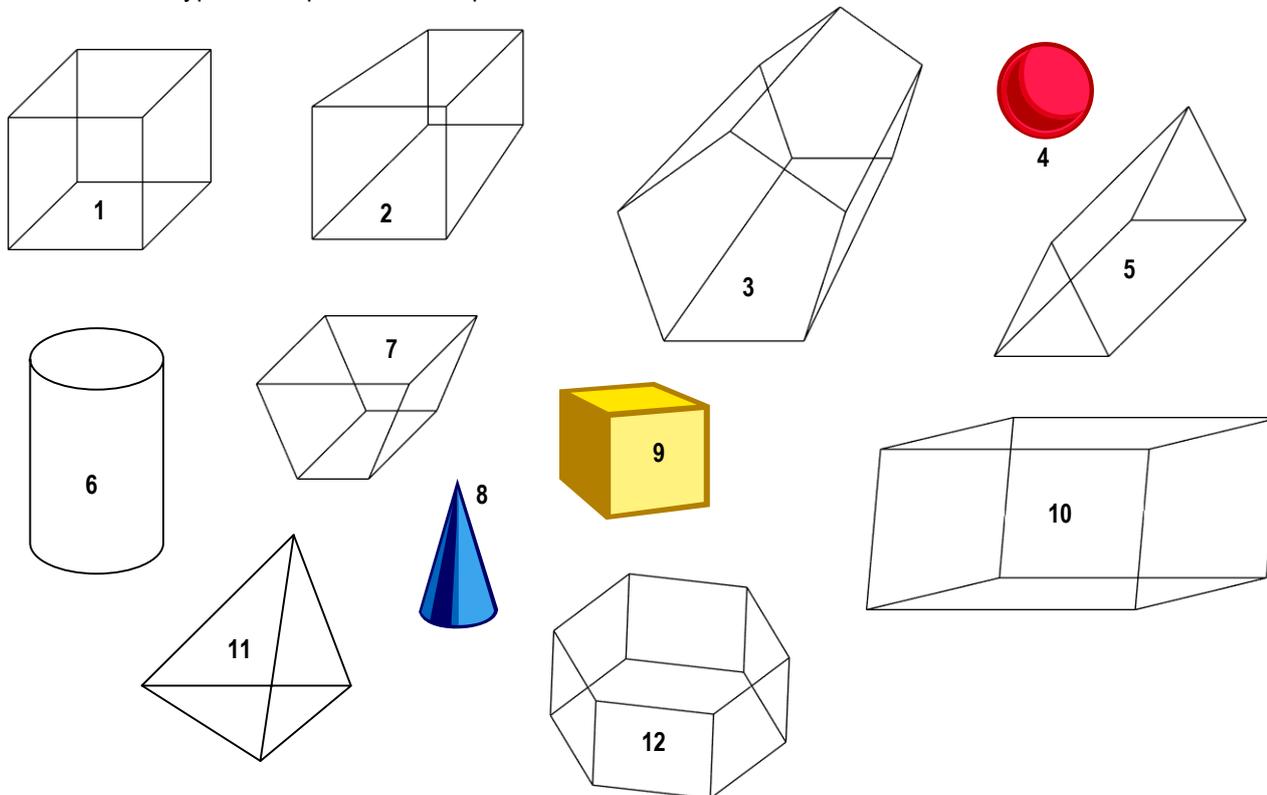


CHAPITRE 8 : LES SOLIDES

6. REPRESENTATIONS DE SOLIDES

6.1. Classification

Voici deux types de représentations planes de solides :



Parmi ceux-ci, tu peux distinguer :

a) **Les polyèdres** : ce sont des solides limités de toutes parts par des parties de plans.

Il(s) porte(nt) le(s) numéro(s) :

Les polyèdres usuels se divisent eux-mêmes en deux grandes catégories :

- **Les prismes** (droits, obliques) : formés de deux bases polygonales parallèles et superposables et, leurs faces latérales sont des parallélogrammes.

Il(s) porte(nt) le(s) numéro(s) :

Remarque : Ils peuvent aussi être tronqués (coupés par un plan non parallèle aux bases).

- **Les pyramides** : limitées d'une part par une base polygonale et d'autre part par des faces latérales triangulaires ayant pour base les côtés du polygone et pour sommet un point commun appelé sommet de la pyramide.

Il(s) porte(nt) le(s) numéro(s) :

Remarque : Ils peuvent aussi être tronqués (coupés par un plan).

b) **Les autres solides portent le nom de corps ronds** : cylindres, cônes, sphères, ...

Il(s) porte(nt) le(s) numéro(s) :

6.2. Analyse de photos

Attardons-nous uniquement aux polyèdres (1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 11 et 12).

- Que peuvent représenter les solides 1, 2 et 9 ?
- Prolonge sur ces solides les arêtes qui sont obliques.
- Que constates-tu ?

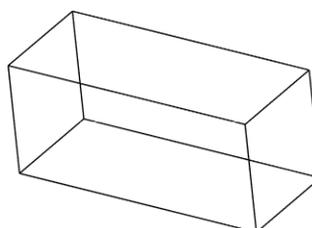
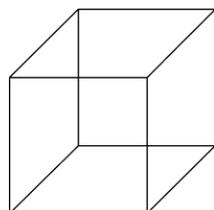
Observe à présent ces deux photos.



- Quelle forme a le bâtiment de la 1^{ère} photo ?
- Comment sont représentées les « arêtes » parallèles de ce bâtiment ?
-
- Et sur la 2^{ème} photo ?
- Quels sont les solides de la page 18 qui ont été représentés en respectant les mêmes règles que sur les photos

6.3. Perspective cavalière

Lorsqu'on veut représenter un cube ou un parallélépipède rectangle, on les dessine souvent de la manière suivante :



- Toutes les faces du cube et du parallélépipède rectangle sont rectangulaires et pourtant certaines sont représentées par des parallélogrammes. Ce qui permet de donner de la « profondeur » aux solides.
- Dans les deux dessins, les trois séries **d'arêtes parallèles sont représentées par des segments parallèles** ; certaines en **vraies grandeurs**, d'autres sont **réduites ou agrandies**.

Ce type de représentation porte le nom de **perspective parallèles**.

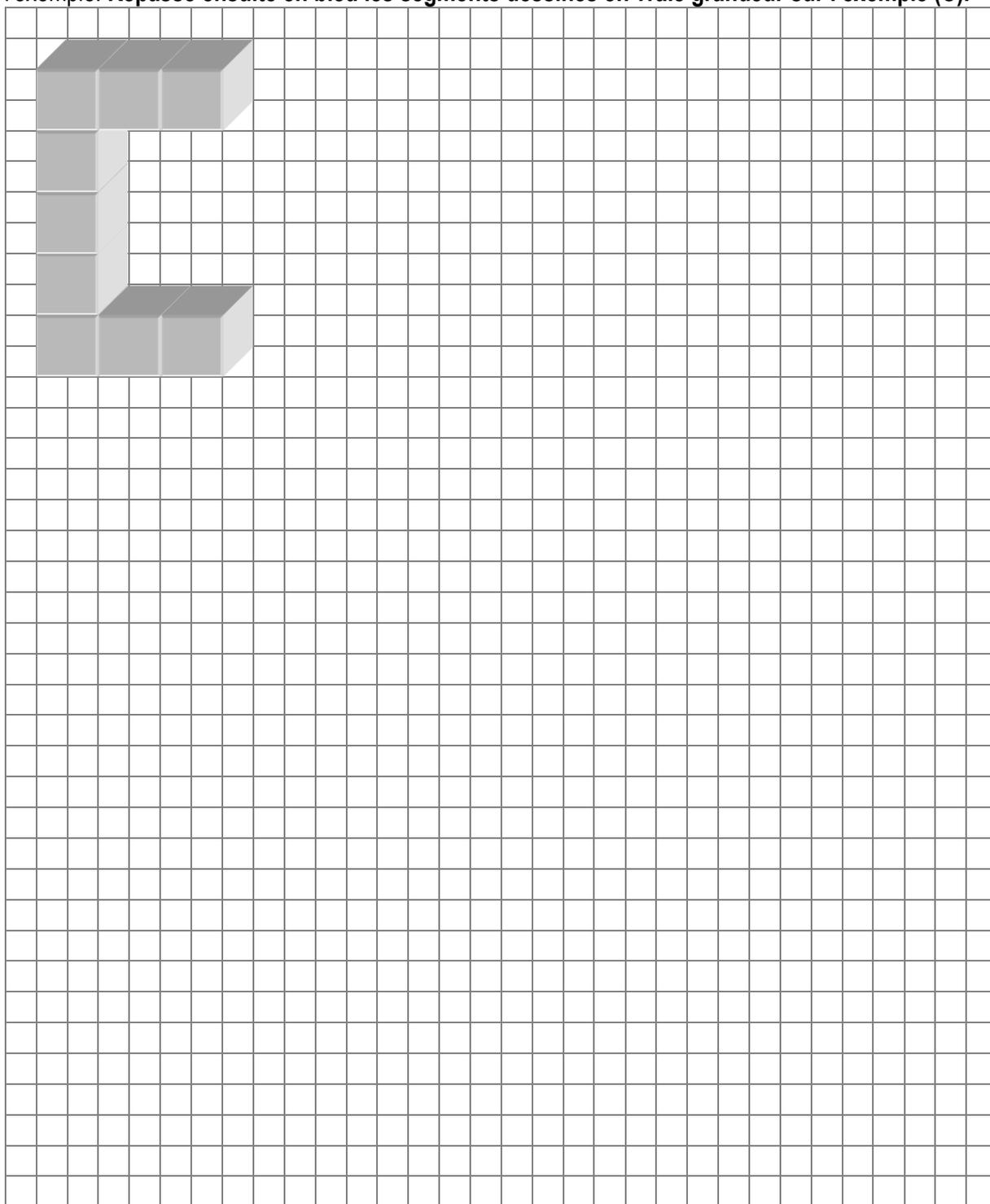
Dans une perspective parallèle, des droites parallèles sont toujours représentées par des droites parallèles. Pour parler de perspective cavalière (cas particulier), une face doit être frontale.

Il existe d'autres manières de représenter des objets de l'espace, notamment la **perspective à deux points de fuite** (photo 1) ou **à un point de fuite** (photo 2). Dans ces représentations, certains faisceaux de droites parallèles sont représentés par un faisceau de droites concourantes (point de fuite).

- Quels sont les polyèdres (page 18) représentés en perspective cavalière ?

6.4. Exercices

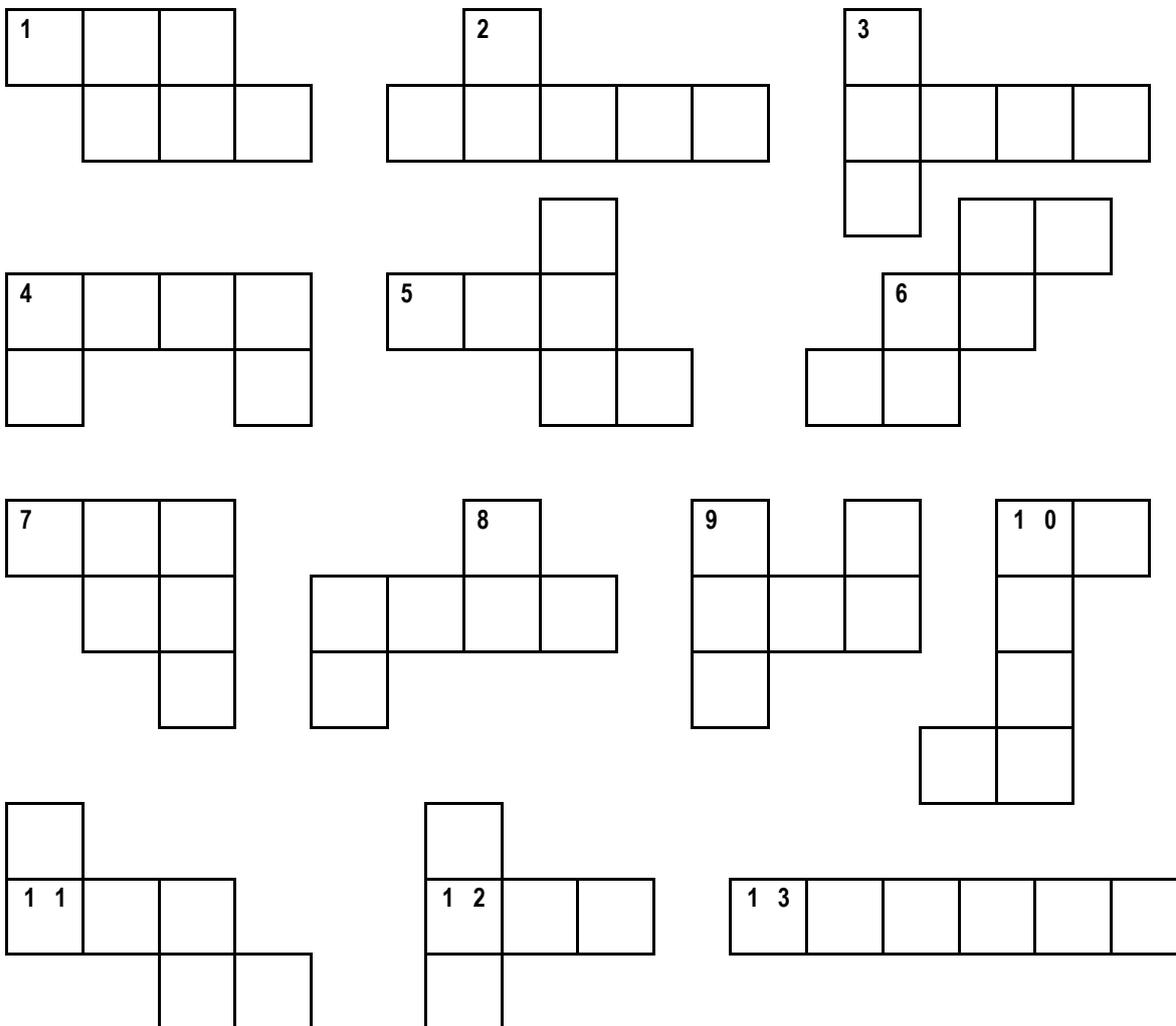
Dessine les lettres **E, H, I, L, O, S, T** et **U** en alignant des cubes dessinés en perspective cavalière comme sur l'exemple. **Repasse ensuite en bleu les segments dessinés en vraie grandeur sur l'exemple (C).**



6.5. Développements de solides

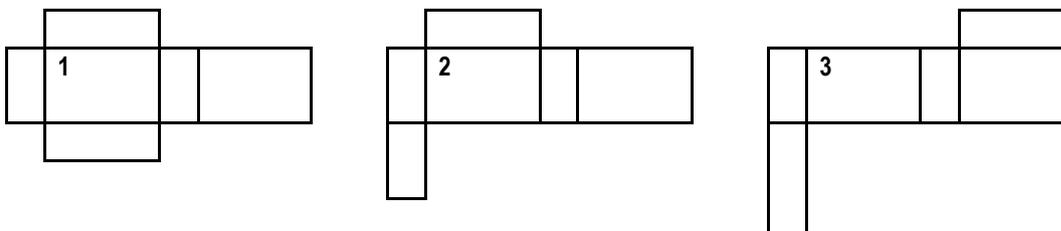
1] Parmi les développements suivants, quels sont ceux qui représentent le développement d'un cube ?

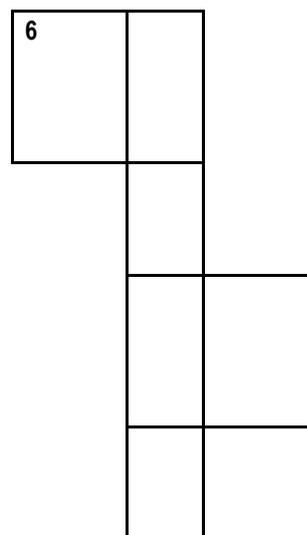
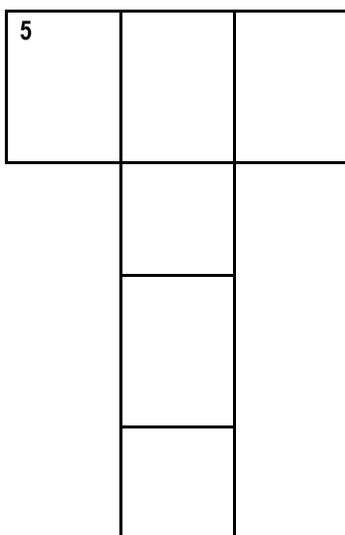
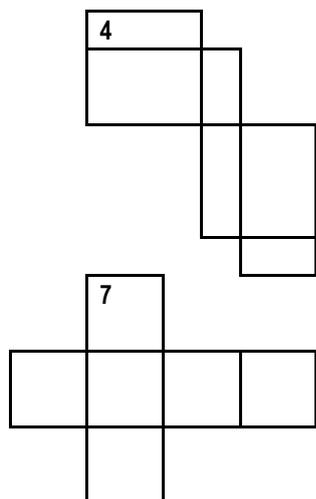
Note leurs numéros :



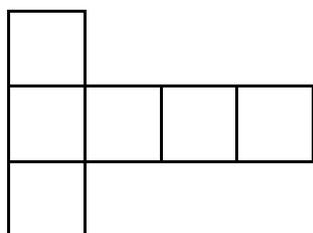
2] Parmi les développements suivants, quels sont ceux qui représentent le développement d'un parallélépipède rectangle ?

Note leurs numéros :



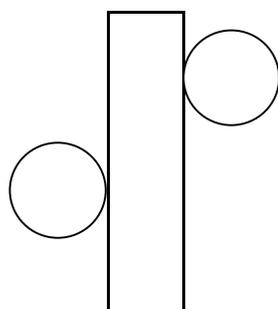


3) Dessine en perspective cavalière les solides dont voici les développements.



Nom du solide

Nom du solide



Nom du solide

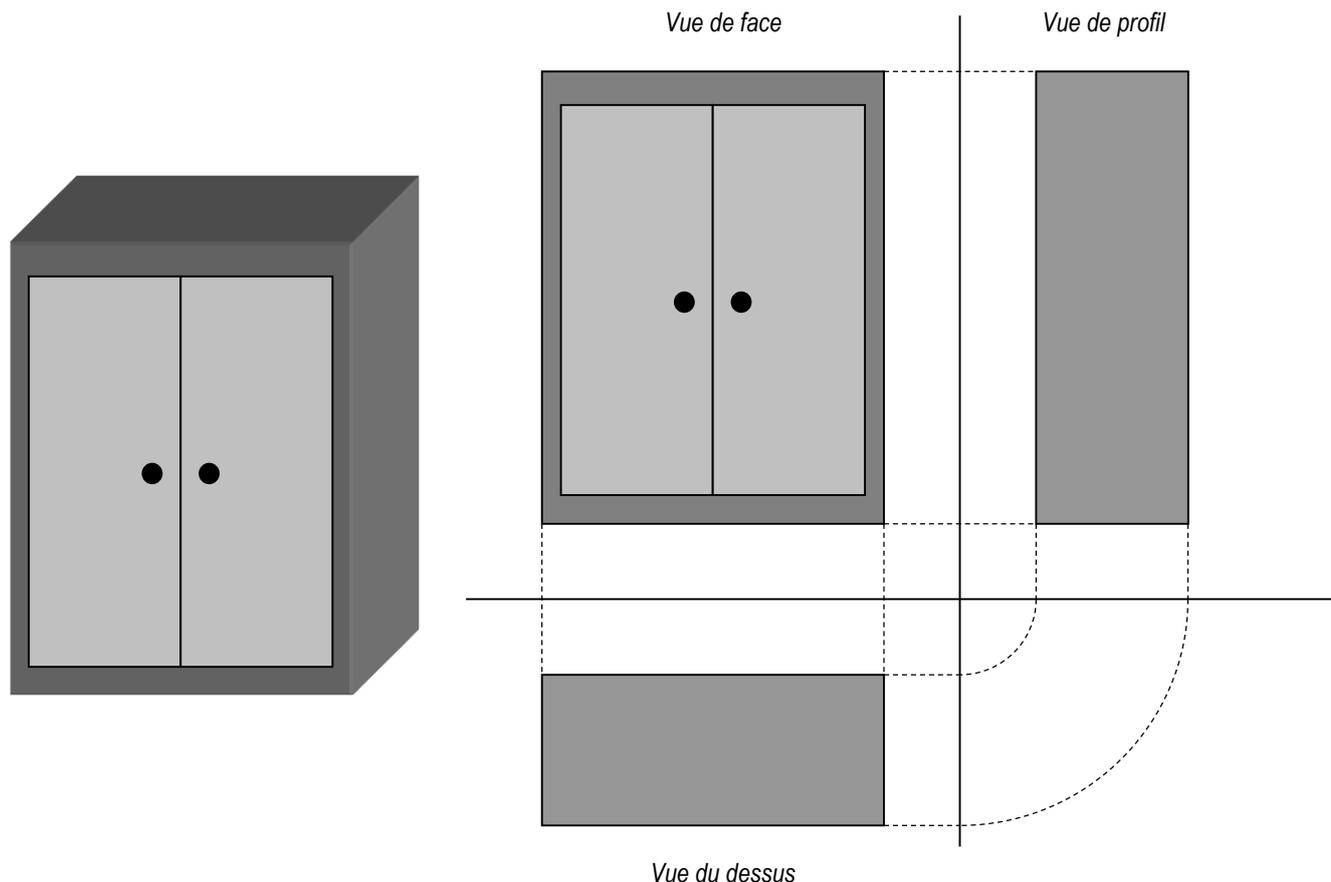
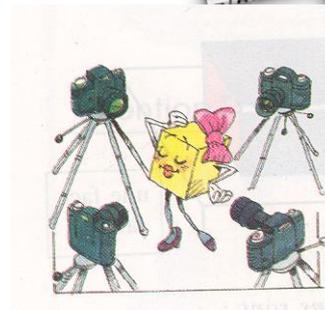
6.6. Vues coordonnées

Les architectes, les constructeurs automobiles, les dessinateurs industriels utilisent un autre moyen pour représenter précisément sur un plan un objet à trois dimensions.

Ils utilisent souvent trois vues pour montrer clairement les dimensions d'une maison, d'une pièce de voiture, ... : **une vue du dessus, une vue de face et une vue de profil.**

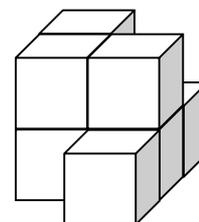
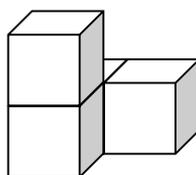
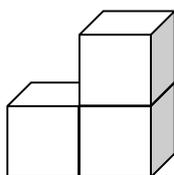
Ces trois vues sont généralement coordonnées : on trace des lignes qui les relient entre elles.

Voici l'exemple d'une armoire :

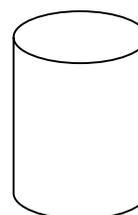


Exercices :

- 1) Dans ton cahier d'exercices, dessine les vues de face, de profil (droit) et du dessus de chacun des solides suivants :



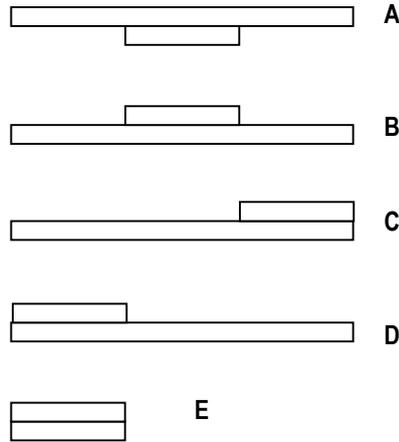
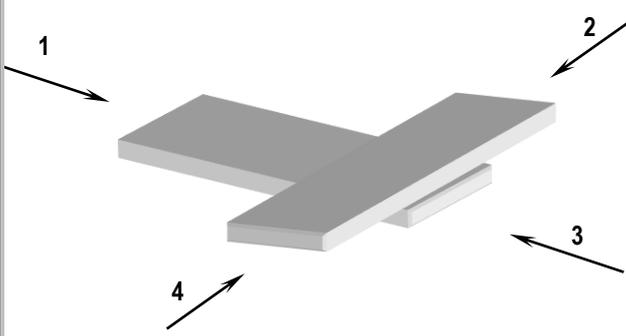
$B = 2 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$
 $h = 1,5 \text{ cm}$ et $p = 2 \text{ cm}$



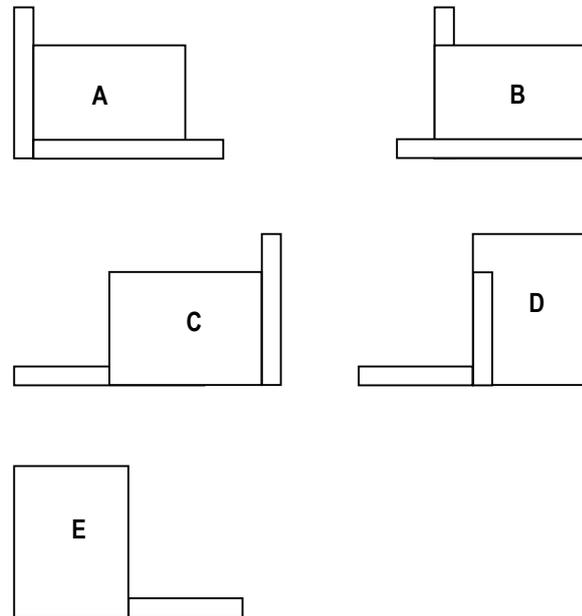
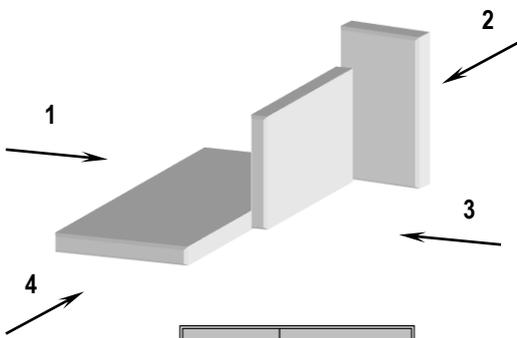
$R_{\text{base}} = 2 \text{ cm}$ et $h = 3 \text{ cm}$

2] Dans chaque cas, tu regardes le tas de briques dans chacun des sens indiqués par les flèches.

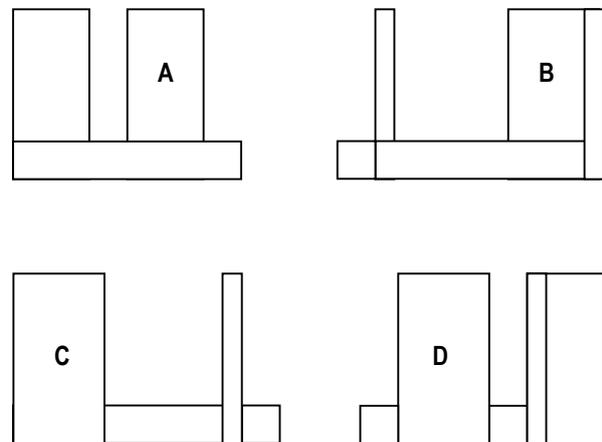
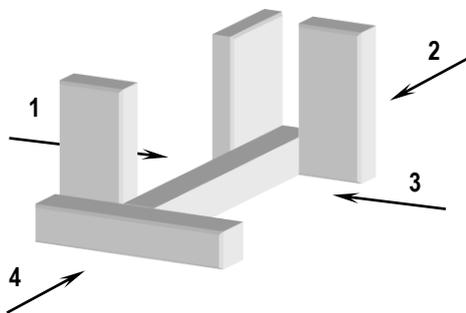
➤ **Quand cela est possible**, recopie le numéro de la flèche à côté de la lettre qui correspond à une des vues proposées.



Vues	N° flèches
A	
B	
C	
D	
E	



Vues	N° flèches
A	
B	
C	
D	
E	



Vues	A	B	C	D
N° flèches				